

الوحدة الأولى النسبة معنى النسبة

تمهيد :

(١) المقارنة بين عددين :

إذا كان لدى سمير ٤ كراسيات و ٣ كتب نستطيع المقارنة بين عدد الكراسيات و عدد الكتب بإحدى الطرق التالية :

(أ) عدد الكتب أقل من عدد الكراسيات أو عدد الكراسيات أكبر من عدد الكتب

(ب) عدد الكراسيات $\frac{4}{3}$ ما مع سعيد لأن : $\frac{\text{عدد الكراسيات}}{\text{عدد الكتب}} = \frac{4}{3}$

(ح) عدد الكتب $\frac{3}{4}$ عدد الكراسيات لأن : $\frac{\text{عدد الكتب}}{\text{عدد الكراسيات}} = \frac{3}{4}$

يسمى الكسر $\frac{\text{عدد الكراسيات}}{\text{عدد الكتب}} = \frac{4}{3}$ بنسبة عدد الكراسيات إلى عدد الكتب

كما يسمى الكسر $\frac{\text{عدد الكتب}}{\text{عدد الكراسيات}} = \frac{3}{4}$ بنسبة عدد الكتب إلى عدد الكراسيات

(٢) المقارنة بين كميتين من نفس النوع :

إذا كان مع سمير ٥٠ جنيهاً و مع سعيد ١٠٠ جنيهاً نستطيع المقارنة بين المبلغين بإحدى الطرق التالية :

(أ) ما مع سمير أقل من ما مع سعيد أو ما مع سعيد أقل من ما مع سمير

(ب) ما مع سمير $\frac{1}{2}$ ما مع سعيد لأن : $\frac{\text{ما مع سمير}}{\text{ما مع سعيد}} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

(ح) ما مع سعيد ضعف ما مع سمير لأن : $\frac{\text{ما مع سعيد}}{\text{ما مع سمير}} = \frac{100}{50} = 2$

يسمى الكسر $\frac{\text{ما مع سمير}}{\text{ما مع سعيد}} = \frac{1}{2}$ بنسبة ما مع سمير إلى ما مع سعيد

كما يسمى الكسر $\frac{\text{ما مع سعيد}}{\text{ما مع سمير}} = 2$ بنسبة ما مع سعيد إلى ما مع سمير

معنى النسبة :

عند المقارنة بين كميتين أو (عددين) من نفس النوع و لهما نفس الوحدات فإن الكسر الناتج يسمى " النسبة "

أي أن : النسبة بين عدد و عدد آخر = $\frac{\text{العدد الأول}}{\text{العدد الآخر}}$



مدونة خواجه

ترحب بكم

وتتمنى لكم أحلى الأوقات

كل عام وأنتم بخير

التعبير عن النسبة :

أستطعنا التعبير عن المقارنة بين المبلغين ٥٠ جنيهاً ، ١٠٠ جنيهاً بصورة كسرية هي $\frac{1}{2}$ و يمكن كتابتها بصورة أخرى ١ : ٢ و تقرأ (١ إلى ٢)
حيث : يسمى ١ مقدم النسبة أو حدها الأول ، ٢ تالي النسبة أو حدها الثاني

تدريبات :

(١) أكمل : إذا كان لدى سارة ٦ كراسات و ٥ أقلام فإن :

$$\text{نسبة عدد الكراسات إلى عدد الأقلام} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \text{ أو } \dots : \dots$$

$$\text{نسبة عدد الأقلام إلى عدد الكراسات} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \text{ أو } \dots : \dots$$

(٢) أكمل : إذا كان وزن (ماهر) ٤٠ كيلوجراماً ، و وزن (خالد) ٥٠ كيلوجراماً فإن :

$$\text{نسبة وزن (ماهر) إلى وزن (خالد)} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \text{ أو } \dots : \dots$$

$$\text{نسبة وزن (خالد) إلى وزن (ماهر)} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \text{ أو } \dots : \dots$$

(٣) أكمل : إذا كان طول رجل ١٨٠ سم ، و طول أبنه ١٣٠ سم فإن :

$$\text{نسبة طول الرجل إلى طول الأب} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \text{ أو } \dots : \dots$$

$$\text{نسبة طول الأب إلى طول الرجل} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \text{ أو } \dots : \dots$$

(٤) أكمل : مربع طول ضلعه ٥ سم ، مستطيل بعده ٣ سم ، ٦ سم فإن :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\text{مساحة المربع}}{\text{مساحة المستطيل}}$$

أو $\dots : \dots$

تذكر :
مساحة المربع = طول الضلع × نفسه
مساحة المستطيل = الطول × العرض

(٥) أكمل : مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٥ سم ، مربع طول ضلعه ٧ سم فإن :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\text{محيط المثلث}}{\text{محيط المربع}}$$

أو $\dots : \dots$

تذكر :
محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه
محيط المربع = طول الضلع × ٤

تمارين

(١) أكمل الجدول التالي :

| مقدم النسبة | تالي النسبة | صور التعبير عن النسبة |
|-------------|-------------|-----------------------|
| ٥ | ٦ | $\frac{٥}{٦}$ |
| ٣ | ٨ | |
| | | $\frac{١}{٣}$ |
| | | ٣ : ٢ |

(٢) إذا كان ارتفاع منزل ٧ أمتار ، و ارتفاع شجرة ٣ أمتار عبر عن النسبة بين ارتفاع المنزل إلى ارتفاع الشجرة بطريقتين مختلفتين

(٣) إذا كان عمر رجل ٦٠ سنة و عمر أبنه ٢٠ سنة عبر عن النسبة بين عمر الرجل إلى عمر أبنه بطريقتين مختلفتين

(٤) إذا كان عدد البنين في أحد فصول الصف السادس الابتدائي ٢٠ متعلم و عدد البنات ٣٠ متعلمة

عبر عن النسب التالية بطريقتين :

[أ] عدد البنين إلى عدد البنات

[ب] عدد البنين إلى متعلمي الفصل

[ج] عدد البنات إلى متعلمي الفصل

(٥) إذا كان طول مستطيل ٤ سم و عرضه ٧ سم عبر عن النسب التالية بطريقتين :

[أ] طول المستطيل و عرضه

[ب] طول المستطيل و محيطه

[ج] عرض المستطيل و محيطه

تذكر :

$$\text{محيط المستطيل} = (\text{الطول} + \text{العرض}) \times ٢$$

(٦) قطعتان من الأرض مجموع محيطيهما ١٣٠٠ متراً فإذا كان محيط القطعة الصغرى ٥٠٠ متراً أوجد :

[أ] محيط القطعة الكبرى

[ب] النسبة بين محيط القطعة الكبرى و القطعة الصغرى

[ج] النسبة بين محيط القطعة الكبرى و مجموع محيطي القطعتين

[د] النسبة بين محيط القطعة الصغرى و مجموع محيطي القطعتين

(٧) دائرتان مجموع محيطيهما ٩٩ سم فإذا كان محيط الأولى ٨٨ سم أوجد :

[أ] محيط الدائرة الأخرى

[ب] النسبة بين محيط الدائرة الصغرى إلى مجموع محيطي الدائرتين

[ج] النسبة بين محيط الدائرة الكبرى و الدائرة الصغرى

[د] النسبة بين نصف طول قطر الدائرة الصغرى و طول نصف قطر الدائرة الكبرى

تذكر :

$$\text{محيط المستطيل} = \pi \times \text{طول القطر}$$

$$\frac{٢٢}{٧} = \pi$$

خواص النسبة

خاصية (١) :

النسبة لها خواص الكسر العادى من حيث الاختصار و التبسيط و المقارنة

أمثلة :

[١] إذا كان مع سوسن ٤٨ جنيهاً و مع أخيها محسن ٣٦ جنيهاً أوجد نسبة ما مع سوسن إلى ما مع محسن

الحل

لاحظ :
تم قسمة حدى النسبة على ٦
ثم على ٢ " التبسيط "

$$\frac{48}{36} = \frac{8}{6} = \frac{48}{36} = \frac{\text{ما مع سوسن}}{\text{ما مع محسن}}$$

[٢] أوجد النسبة بين كلاً : (١) $\frac{3}{5}$: $\frac{9}{10}$ (ب) $1\frac{1}{4}$: ٣.٧٥

الحل

(١) $\frac{3}{5} : \frac{9}{10} = \frac{3}{5} \div \frac{9}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{2}{3}$ أو ٢ : ٣ " الاختصار "(ب) $1\frac{1}{4} : 3.75 = \frac{5}{4} : \frac{15}{4} = \frac{5}{4} \div \frac{15}{4} = \frac{5}{4} \times \frac{4}{15} = \frac{1}{3}$ أو $\frac{1}{3}$: ٣ " الاختصار و التبسيط "[٣] قارن بين النسبتين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{5}$ باستخدام (< أو >)

الحل

نوجد م . م . م ١٥ للمقامات و هو ١٥

إذن : $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ ، $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ و حيث أن : $\frac{4}{5} < \frac{8}{10}$ إذن : $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$

ملاحظات :

- المقارنة بين نسبتين كالمقارنة بين كسرين
- نظراً لعدم وجود إختصار أو تبسيط أوجدنا م . م . م ١٥ للمقامات مباشرة

خاصية (٢) :

حدا النسبة يجب أن يكون عددين صحيحين

لاحظ :

في الأمثلة السابقة كانت النواتج النهائية على الترتيب هى :

٣ : ٤ ، ٣ : ٢ ، ٣ : ١

أى أن : جميع حدود النسب أعداد صحيحة

خاصية (٣) :

عند المقارنة بين كميتين لتكوين نسبة بينهما يجب أن تكون وحدات قياسهما من نفس النوع

أمثلة :

[١] قارن بين الطولين ٣ أمتار ، ١٧٥ سنتيمتراً

الحل

نحول ٣ أمتار إلى ٣٠٠ سنتيمتراً " حيث : المتر = ١٠٠ سنتيمتراً "

ثم نستخدم التبسيط و الاختصار فتصبح النسبة بين الطولين كما يلى :

$$\frac{12}{7} = \frac{300}{175} \text{ أو } (12 : 7)$$

أى أن : ٣ أمتار < ١٧٥ سنتيمتراً

لاحظ :

يمكن تحويل ١٧٥ سنتيمتراً إلى ١.٧٥ متراً ثم نقارن بين الطولين

[٢] قارن بين ٦ ساعات ويومين

الحل

نحول يومين إلى ٤٨ ساعة " حيث : اليوم = ٢٤ ساعة "
ثم نستخدم التبسيط و الاختصار فتصبح النسبة بين الطولين كما يلي :

$$\frac{6}{48} = \frac{1}{8} \text{ أو } (8 : 1)$$

أى أن : ٦ ساعات > يومين

لاحظ :

يمكن تحويل ٦ ساعات إلى $\frac{1}{4}$ يوم ثم نقارن

خاصية (٤) :

النسبة بين مقدارين من نفس النوع عدد ليس له وحدة (أى لا تميز لها)

لاحظ :

في المثالين السابقين و من خلال الخاصية السابقة بعد تحويل الكمية لنفس الوحدات :
أن النسبة في المثال [١] بين وحدات الطول إما بالسنتيمتر أو بالمتراً ،
النسبة في المثال [٢] بين وحدات الزمن إما بالساعات أو باليوم

تدريبات :

(١) طريق طوله ١٢٥ متراً ، و طريق آخر طوله ٨٧٥ متراً أوجد النسبة بين طول الطريق الأول إلى طول الطريق الآخر

الحل

$$\frac{\text{طول الطريق الأول}}{\text{طول الطريق الآخر}} = \frac{125}{875} = \frac{1}{7} \text{ أو } 1 : 7$$

(٢) قارن بين النسبتين $\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{5}$ باستخدام (< أو >)

نوجد ٣٠ ٣٠ ٣٠ للمقامات و هو ٠٠٠٠

$$\frac{1}{3} = \frac{1000}{3000} \text{ ، } \frac{2}{5} = \frac{1200}{3000}$$

و حيث أن : ٠٠٠٠ > ١٢٠٠ إذن : $\frac{1}{3} > \frac{2}{5}$

(٣) قارن بين فدانان ، و ٧٢ قيراطاً

الحل

نحول فدانان إلى ٠٠٠٠ قيراطاً

ثم نستخدم ٠٠٠٠ و ٠٠٠٠ فتصبح النسبة بين الطولين كما يلي :

$$\frac{2}{72} = \frac{1}{36} \text{ أو } (36 : 1)$$

أى أن : فدانان ٠٠٠٠ ٧٢ قيراطاً

تذكر :

الفدان = ٢٤ قيراط

القيراط = ٢٤ سهم

تمارين

(١) أكمل ما يلي :

- [أ] النسبة بين طول ضلع المربع و محيطه = :
 [ب] النسبة بين طول قطر الدائرة و محيطها = :
 [ج] النسبة بين طول ضلع مثلث متساوي الأضلاع و محيطه = :

(٢) موظف راتبه الشهري ٤٥٠ جنيهاً يصرف منها ٢٠ جنيهاً و يوفر الباقي أوجد :

- [أ] نسبة ما يصرفه إلى مرتبه
 [ب] نسبة ما يوفره إلى يصرفه
 [ج] نسبة ما يوفره إلى مرتبه

(٣) مستطيل مساحته ٥١٢ متر مربع و عرضه ١٦٠ سم أوجد :

- [أ] طول المستطيل
 [ب] النسبة بين طول المستطيل و عرضه
 [ج] النسبة بين طول المستطيل و محيطه

(٤) إذا كان عدد المتعلمين في إحدى المدارس المشتركة ٥٤٠ متعلم و متعلمة و كان عدد البنين ٤٠٥ أوجد :

- [أ] النسبة بين عدد البنين و عدد البنات
 [ب] النسبة بين عدد البنين إلى عدد المتعلمين بالمدرسة
 [ج] النسبة بين عدد البنات إلى عدد المتعلمين بالمدرسة

(٥) قارن بين النسب التالية باستخدام (< أو >) :

- [أ] ١٦ : ٦.٤
 [ب] ١٨ : ٦.٣
 [ج] ٣ : ٠.٨٧٥
 [د] ٣.٦ : ٣.٢

(٦) أوجد النسبة في أبسط صورة بين كل مما يلي :

- [أ] المبلغين : ٦ ١/٤ جنيه ، ٢٥٠ قرشاً
 [ب] المسافتين : ٣.٧٥ كيلومتر ، ١١٢٥٠ متراً
 [ج] الزمنين : ٣ ١/٢ ساعة ، ٥٦ دقيقة
 [د] الوزنين : ٣٢٠ جراماً ، ٠.٨ كيلوجرام
 [هـ] المساحتين : ٦.٢٥ ديسيم^٢ ، ٨٧٥ سم^٢
 [و] المساحتين : ١.٢ فدان ، ٤٣.٢ قيراط
 [ز] المساحتين : ٠.٥ قيراط ، ١٨ سهماً

تدريبات متنوعة على النسبة و خواصها

مقدمة :

أحياناً نحتاج لحساب كمية غير معروفة بمعرفة الكمية الأخرى و النسبة بين الكميتين و أحياناً نحتاج إلى تقسيم كمية معروفة إلى كميتين بمعرفة النسبة بينهما

ملاحظة :

الكمية المعروفة :

هي الكمية المحددة مثل :

طول شخص ، عدد عمال مصنع ، أو سعر سلعة ، أو مساحة قطعة أرض ، ، ، ، إلخ

الكمية غير المعروفة :

هي الكمية غير المحددة كمياً مثل :

الحاجة إلى تحديد طول شخص ، أو سعر سلعة ، أو عدد البنين و البنات بمدرسة ، ، ، ، إلخ

أمثلة :

[١] إذا كانت النسبة بين طول خالد إلى طول ماهر كنسبة ٥ : ٣ و كان طول ماهر ١٠٨ سم أحسب طول ماهر

الحل

نستخدم " قيمة الجزء " كما يلي : $\frac{\text{طول خالد}}{\text{طول ماهر}} = \frac{٥}{٣}$

معنى ذلك أن : (٣ أجزاء متساوية) تعادل (١٠٨ سم) و هو طول خالد
و هذا يعنى : أن قيمة الجزء الواحد = $١٠٨ \div ٣ = ٣٦$ سم
و بذلك يكون : طول ماهر = $٣٦ \times ٥ = ١٨٠$ سم

حل آخر

$\frac{\text{طول خالد}}{\text{طول ماهر}} = \frac{٥}{٣}$ أى أن : طول خالد = $\frac{٥}{٣}$ طول ماهر

و بذلك يكون : طول خالد = $\frac{٥}{٣} \times ١٠٨ = ٣٦ \times ٥ = ١٨٠$ سم

التحقق من صحة الحل :

يمكن التحقق من صحة الحل كما يلي :

طول خالد : طول ماهر

١٨٠ : ١٠٨ " بالقسمة على ٣٦ "

٥ : ٣ " و هي النسبة المعطاه "

[٢] إذا كانت نسبة ما مع هدى إلى ما مع ليلي كنسبة ٢ : ٥ و كان مجموع ما معهما ٣٥٠ جنيهاً

أوجد مقدار ما مع كل منهما

الحل

$\frac{\text{ما مع هدى}}{\text{ما مع ليلي}} = \frac{٢}{٥}$

مجموع الأجزاء = $٢ + ٥ = ٧$

معنى ذلك أن : (٣٥٠ جنيهاً) تعادل (٧ أجزاء متساوية)

أى أن : قيمة الجزء الواحد = $٣٥٠ \div ٧ = ٥٠$ جنيهاًأى أن : ما مع هدى = $٥٠ \times ٢ = ١٠٠$ جنيهاًما مع ليلي = $٥٠ \times ٥ = ٢٥٠$ جنيهاً

التحقق من صحة الحل :

يمكن التحقق من صحة الحل كما يلي :

ما مع هدى : ما مع ليلي

" بالقسمة على ١٠ " ٢٥٠ : ١٠٠

" بالقسمة على ٥ " ٢٥ : ١٠

" و هي النسبة المعطاه " ٥ : ٢

[٣] عمارتان بإحدى المدن السكنية النسبة بين إرتفاعيهما ٤ : ٧ فإذا كان الفرق بين إرتفاعيهما ٩ أمتار أوجد إرتفاع كل من العمارتين

الحل

$$\frac{\text{إرتفاع العمارة الأولى}}{\text{إرتفاع العمارة الثانية}} = \frac{٤}{٧}$$

الفرق بين عدد الأجزاء = ٧ - ٤ = ٣

معنى ذلك أن : (٩ أمتار) تعادل (٣ أجزاء متساوية)

أى أن : قيمة الجزء الواحد = ٩ ÷ ٣ = ٣ متراً

أى أن : إرتفاع العمارة الأولى = ٣ × ٤ = ١٢ متراً

إرتفاع العمارة الثانية = ٣ × ٧ = ٢١ متراً

التحقق من صحة الحل :

يمكن التحقق من صحة الحل كما يلي :

إرتفاع العمارة الأولى : إرتفاع العمارة الثانية

١٢ : ٢١ " بالقسمة على ٣ "

٤ : ٧ " و هي النسبة المعطاه "

تدريب :

تقدم لإمتحان الصف السادس في إحدى المدارس ٢١٠ متعلم فكانت نسبة عدد الناجحين إلى عدد الراسبين كنسبة ٥ : ٢ أوجد عدد الناجحين و عدد الراسبين في هذا الإمتحان

الحل

$$\frac{\text{عدد الناجحين}}{\text{عدد الراسبين}} = \frac{٥}{٢}$$

الفرق بين عدد الأجزاء = ٥ - ٢ = ٣

معنى ذلك أن : (٣) تعادل (٣)

أى أن : قيمة الجزء الواحد = ٣ ÷ ٣ = ١ متعلماً

أى أن : عدد الناجحين = ١ × ٥ = ٥

عدد الراسبين = ١ × ٢ = ٢

التحقق من صحة الحل :

يمكن التحقق من صحة الحل كما يلي :

عدد الناجحين : عدد الراسبين

٥ : ٢ " بالقسمة على ٥ "

١ : ٠.٤ " و هي النسبة المعطاه "

تمارين

- (١) إذا كانت النسبة بين عمر رجل إلى عمر ابنه كنسبة ٨ : ٣ و كان عمر الرجل الآن ٤٠ سنة أوجد :
- [أ] عمر الأب
[ب] النسبة بين عمر الأب إلى مجموع عمريهما
[ج] النسبة بين عمر الرجل إلى مجموع عمريهما
- (٢) قسّم مبلغ ٤٥٠ جنيهاً بين شخصين بحيث يكون نصيب الأول $\frac{4}{9}$ نصيب الثاني
- (٣) إذا كانت النسبة بين عدد البنين و عدد البنات في إحدى المدارس كنسبة ٧ : ٥ و كان عدد البنات ٤٦٥ أوجد عدد البنين
- (٤) قطعتان من الأرض النسبة بين مساحتهما كنسبة ٥ : ٦ فإذا كان الفرق بين مساحتهما ٧٥ متراً أوجد النسبة بين مساحة كل من القطعتين
- (٥) عدد البنين و البنات في إحدى المدارس ٨٠٠ متعلم فإذا كانت نسبة عدد البنين إلى عدد المتعلمين كنسبة ٣ : ٥ أوجد عدد البنين و عدد البنات بهذه المدرسة
- (٦) يبيع تاجر فاكهة الكيلوجرام من التفاح بمبلغ ١٠ جنيهاً فإذا كانت النسبة بين ثمن التفاح إلى ثمن الموز كنسبة ٥ : ٢ أوجد ثمن خمسة كيلوجرامات من الموز
- (٧) في موسم التخفيضات اشترى شخص سجادة ثمنها بعد التخفيض ٢٢٥ جنيهاً فإذا كانت النسبة بين ثمن السجادة قبل التخفيض إلى ثمن السجادة بعد التخفيض كنسبة ٤ : ٣ أوجد الثمن الأصلي للسجادة
- (٨) قطعة أرض مستطيلة الشكل محيطها ٧٢٠ سم فإذا كانت النسبة بين طولها و عرضها كنسبة ٥ : ٣ أوجد مساحة قطعة الأرض
- (٩) مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٦ سم فإذا كانت النسبة بين محيط هذا المثلث و مربع كنسبة ١ : ٣ و كان مجموع محيطي المثلث و المربع ٧٢ سم أوجد طول ضلع المربع
- (١٠) قطعة من السلك طولها ٦٣٠ سم قسمت إلى جزأين بنسبة ٢ : ٧ و صنع من الجزأين مربع و مثلث متساوي الأضلاع على الترتيب أوجد طول ضلع المربع و طول ضلع المثلث
- (١١) قطعة من السلك طولها ٧٢ سم قسمت إلى جزأين بنسبة ٧ : ١١ و صنع من الجزأين مربع و دائرة على الترتيب أوجد طول ضلع المربع و طول نصف قطر الدائرة $(\frac{22}{7} = \pi)$
- (١٢) قطعة من السلك طولها ١٥٤ سم قسمت إلى جزأين بنسبة ٣ : ٤ و صنع من الجزأين مثلث متساوي الأضلاع و دائرة على الترتيب أوجد طول ضلع المثلث و طول نصف قطر الدائرة $(\frac{22}{7} = \pi)$

النسبة بين ثلاثة أعداد

أمثلة :

[١] إذا كان طول سمير ١٧٥ سم ، طول هاني ١٥٠ سم ، طول ناصر ١٢٥ سم أوجد النسب بين أطوالهم

الحل

$$\begin{array}{l} \text{طول سمير : طول هاني : طول ناصر} \\ ١٧٥ : ١٥٠ : ١٢٥ \quad \text{بالقسمة على } ٢٥ \\ ٧ : ٦ : ٥ \end{array}$$

[٢] إذا كان وزن منى : وزن هدى : وزن عزة = ٨ : ٧ : ٩ و كان وزن عزة يزيد عن وزن هدى

بمقدار ٤.٨ كجم أوجد وزن كل من منى و هدى و عزة

الحل

النسبة بين الأوزان الثلاثة هي ٨ : ٧ : ٩ وهذا يعني أن :
 وزن منى قسم إلى ٨ أقسام متساوية ، وزن هدى قسم إلى ٧ أجزاء متساوية ،
 وزن عزة قسم إلى ٩ أجزاء متساوية ، و كل الأجزاء من نفس النوع
 الفرق بين وزن عزة و وزن هدى = ٩ - ٧ = ٢ جزء
 معنى ذلك أن : ٢ جزء تعادل ٤.٨ كجم أى أن : قيمة الجزء = ٤.٨ ÷ ٢ = ٢.٤ كجم

و يكون : وزن منى = ٨ × ٢.٤ = ١٩.٢ كجم

وزن هدى = ٧ × ٢.٤ = ١٦.٨ كجم ،

وزن عزة = ٩ × ٢.٤ = ٢١.٦ كجم ،

التحقق من صحة الحل :

| | | |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------|
| وزن منى : وزن هدى : وزن عزة | ١٩.٢ : ١٦.٨ : ٢١.٦ | " بالضرب × ١٠ " |
| | ١٩٢ : ١٦٨ : ٢١٦ | " بالقسمة على ٢٤ " |
| | ٨ : ٧ : ٩ | " و هي النسبة المعطاه " |

[٣] إذا كان س : ص = ٣ : ٢ ، ص : ع = ٥ : ٤ أوجد النسبة بين س ، ص ، ع

الحل

$$\text{حيث أن : } \frac{س}{ص} = \frac{٣}{٢} \quad \text{فيكون : } س = \frac{٣}{٢} ص$$

$$\frac{ع}{ص} = \frac{٥}{٤} \quad \text{فيكون : } ع = \frac{٥}{٤} ص$$

، تصبح النسبة بين س ، ص ، ع هي :

$$س : ص : ع = \frac{٣}{٢} ص : ص : \frac{٥}{٤} ص$$

$$\begin{array}{l} \text{" بالضرب × ١٠ " } \\ \frac{٣}{٢} : ١ : \frac{٥}{٤} = \\ ١٥ : ١٠ : ٨ = \end{array}$$

حل آخر

| | | |
|---|----|----|
| ع | ص | س |
| ٤ | ٥ | ٣ |
| ٨ | ١٠ | ١٥ |

باستخدام ٣ : ٢ : ١ كما بالشكل المقابل :
حيث : ٣ : ٢ : ١ للعدين ٥ ، ٢ هو ١٠
معنى ذلك أن :

تالى النسبة الأولى و هو ٢ ضرب ٥ فأصبح ١٠
لذلك : نضرب مقدم النسبة الأولى و هو ٣ × ٥ ليكون ١٥
أيضاً : مقدم النسبة الثانية و هو ٥ ضرب ٢ فأصبح ١٠
لذلك : نضرب تالى النسبة الثانية و هو ٢ × ٤ ليكون ٨
و تصبح النسب الثلاث هى : ١٥ : ١٠ : ٨

[٤] قسم مبلغ ٣٩٠٠ جنيه بين ثلاثة أشخاص بحيث تكون النسبة بين نصيب الأول إلى نصيب الثانى كنسبة ٣ : ٢ و نصيب الثالث نصف نصيب الثانى أوجد نصيب كل منهم

الحل

| نصيب الأول : | نصيب الثانى : | نصيب الثالث : |
|--------------|---------------|---------------|
| ٢ | ٣ | ١ |
| ٤ | ٦ | ٣ |

من الشكل المقابل :
النسب الثلاث هى : ٤ : ٦ : ٣
فيكون :
مجموع الأجزاء = ٤ + ٦ + ٣ = ١٣ جزء
قيمة الجزء الواحد = ٣٩٠٠ ÷ ١٣ = ٣٠٠ جنيه
نصيب الأول = ٣ × ٣٠٠ = ٩٠٠ جنيه
نصيب الثانى = ٦ × ٣٠٠ = ١٨٠٠ جنيه
نصيب الثالث = ٤ × ٣٠٠ = ١٢٠٠ جنيه

تمارين

- (١) ثلاث قطع من القماش طول الأولى ٥.٤ متر ، و طول الثانية ٧.٢ متر ، و طول الثالثة ٤.٨ متر أوجد النسبة بين أطوال القطع الثلاث
- (٢) ب ح مثلث فيه ب : ح = ٥ : ٣ و كان ب ح = ٨ سم أوجد محيط المثلث
- (٣) في إحدى سباقات السباحة كانت النسبة بين أزمنة الثلاثة الأوائل هى ٢ : ٣ : ٥ و كان أفرق بين زمن المتسابق الثانى و المتسابق الثالث ساعة و نصف أوجد الزمن الذى إستغرقه كل منهم في هذا السباق
- (٤) وزع مبلغ ٥٤٠ جنيهاً بين ثلاثة أشخاص بنسبة ٢ : ٣ : ٤
- (٥) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث هى ٣ : ٧ : ٨ أوجد قياس كل زاوية من زواياه
- (٦) أوجد النسبة بين ما مع كريم و ما مع حمدي و ما مع وليد إذا كان :
مبلغ كريم : مبلغ حمدي = ٣ : ٤ ، مبلغ حمدي : مبلغ وليد = ٥ : ٦
- (٧) قطار به ٨٢٠ راكب فإذا كان عدد ركاب الدرجة الأولى $\frac{3}{5}$ عدد ركاب الدرجة الثانية ، عدد ركاب الدرجة الثانية $\frac{2}{3}$ عدد ركاب الدرجة الثالثة أحسب عدد ركاب كل من الدرجات الثلاث
- (٨) قسم مبلغ ٧١٤ جنيهاً بين ثلاثة أشخاص بحيث تكون النسبة بين نصيب الأول إلى نصيب الثانى كنسبة ٨ : ٥ و نصيب الثالث نصف نصيب الأول أوجد نصيب كل منهم
- (٩) ثلاث حدائق لزراعة الموالح كانت إنتاج الحديقة الأولى إلى إنتاج الحديقة الثانية كنسبة ٣ : ٢ ، و النسبة بين إنتاج الحديقة الثانية إلى إنتاج الحديقة الثالثة كنسبة ٤ : ٣ و كان الفرق بين إنتاج الحديقة الأولى و الحديقة الثانية ١٥٠ كيلوجراماً أوجد إنتاج كل حديقة

تطبيقات على النسبة (المعدل)

تمهيد :

إذا قطعت سيارة مسافة ٢٤٠ كيلومتراً في ٤ ساعات فإن :

$$\text{سرعة هذه السيارة} = \frac{٢٤٠ \text{ كيلومتراً}}{٤ \text{ ساعات}} = ٦٠ \text{ كيلومتر لكل ساعة}$$

أى أنها تسير بسرعة ٦٠ كيلومتر في الساعة " و هو ما يسمى بالمعدل " تسمى النسبة (٦٠ كيلومتر لكل ساعة) معدل المسافة المقطوعة في الساعة و تكتب (٦٠ كم / ساعة)

المعدل :

هو النسبة بين كميتين من نوعين مختلفين و للمعدل وحدة هي عدد وحدات الكمية الأولى لكل وحدة من الكمية الثانية

أمثلة :

[١] تستهلك سيارة ٢٠ لتراً من الوقود في قطع مسافة ٢٧٠ كيلومتراً أحسب معدل إستهلاك السيارة للوقود

الحل :

$$\text{معدل إستهلاك السيارة للوقود} = \frac{٢٧}{٢٠} = ١٣.٥ \text{ كيلومتر / لتر}$$

[٢] تنتج ماكينة ٧٠٠ متر من النسيج في ساعتين ، و تنتج ماكينة أخرى ٨٥٠ متراً من نفس النسيج في

ساعتين و نصف أى الآلتين أكثر كفاءة ؟

الحل :

$$\text{معدل إنتاج الآلة الأولى} = \frac{٧٠٠}{٢} = ٣٥٠ \text{ متر / ساعة}$$

$$\text{معدل إنتاج الآلة الثانية} = \frac{٨٥٠}{٢.٥} = ٣٤٠ \text{ متر / ساعة}$$

أى أن : الآلة الأولى أكفاً من الآلة الثانية

تمارين

(١) تقطع سيارة مسافة ٤٥٠ كيلومتراً في ٣ ساعات أوجد سرعة السيارة (معدل المسافة المقطوعة في الساعة)

(٢) تصرف أسرة مبلغ ٣٥٠ جنيهاً في ٧ أيام أوجد معدل ما تصرفه هذه الأسرة في اليوم الواحد

(٣) ينتج مصنع ٣٠٠٠ لمبة من لمبات الفلورسنت في ٤ ساعات ، و ينتج مصنع آخر ٢٥٢٠ لمبة من لمبات

الفلورسنت في ٣ ساعات أى المصنعين أكثر إنتاجاً ؟

(٤) أشتركت متسابقان في الكتابة على الآلة الكاتبة فإذا كان عدد الكلمات التى كتبتها المتسابقة الأولى ٢٨٧

كلمة في ٣ دقائق و نصف ، و عدد الكلمات التى كتبتها المتسابقة الثانية ٣٣٢ كلمة في ٤ دقائق فأى

المتسابقين أفضل ؟

(٥) آلة زراعية تحرث ٦ أفدنة في ٣ ساعات أوجد معدل أداء هذه الآلة ، و إذا حرثت آلة أخرى ١٠ أفدنة في ٤

ساعات فأى الآلتين أفضل ؟

(٦) آلة زراعية تحرث ٨ أفدنة في ٤ ساعات أوجد معدل أداء هذه الآلة ، و إذا حرثت آلة أخرى ١٤ قيراطاً في ٢٠

في دقيقة فأى الآلتين أفضل أداء ؟

(٧) يجهز صاحب مطعم ٨٠ وجبة غذاء جميعها من نفس النوع بإستخدام ٢٠ كيلوجراماً من اللحم فما هو معدل

كمية اللحم اللازمة لإعداد الوجبة الواحدة و ما كمية اللحم اللازمة لإعداد ٤ وجبات ؟

الوحدة الثانية
التناسب
معنى التناسب

تمهيد :

إذا كان ثمن كتاب ٣ جنيه فكم يكون ثمن كتابين ، ثلاث كتب ، أربع كتب ، ؟
الجدول التالي يبين عدد الكتب و الثمن في كل حالة :

| | | | | | | |
|---------------|---|---|---|----|----|-------|
| عدد الكتب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | |
| الثمن بالجنيه | ٣ | ٦ | ٩ | ١٢ | ١٥ | |

من الجدول نلاحظ أن :

(١) في الصف الثاني :

عدد الجنيهات في كل حالة ينتج من ضرب عدد الكتب المناظر له $3 \times$

لاحظ : $3 = 3 \times 1$ ، $6 = 3 \times 2$ ، $9 = 3 \times 3$ ، و هكذا

يمكن كتابة نسبة عدد الجنيهات إلى عدد الكتب في كل حالة كما يلي :

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5} = \text{"مقدار ثابت"}$$

نستنتج أن النسب متساوية " هذه الصورة الرياضية تسمى بالتناسب "

(٢) في الصف الأول :

عدد الكتب في كل حالة ينتج من قسمة عدد الجنيهات المناظرة له $3 \div$ أو بالضرب $\times \frac{1}{3}$ (

لاحظ : $1 = 3 \div 3$ ، $2 = 3 \div 6$ ، $3 = 3 \div 9$ ، و هكذا

يمكن كتابة نسبة عدد الكتب إلى عدد الجنيهات في كل حالة كما يلي :

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \text{"مقدار ثابت"}$$

نستنتج أن النسب متساوية " هذه الصورة أيضاً تسمى بالتناسب "

تعريف التناسب :

التناسب هو تساوي نسبتين أو أكثر

مثال :

أكمل الجدول التالي و أكتب بعض صور التناسب :

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| | ٢٠ | | ١٢ | | ٨ | ٤ |
| | | ٢٤ | | ١٢ | | ٣ |

الحل

لحساب العدد الناقص بالصف الثاني نضرب العدد المناظر له في الصف الأول $\times \frac{3}{4}$

$$\text{ف نجد أن : } 6 = \frac{3}{4} \times 8 \text{ ، } 9 = \frac{3}{4} \times 12 \text{ ، } 15 = \frac{3}{4} \times 20$$

و لحساب العدد الناقص بالصف الأول نقسم العدد المناظر له بالصف الثاني $\div \frac{3}{4}$ أي نضرب $\times \frac{4}{3}$

$$\text{ف نجد أن : } 16 = \frac{4}{3} \times 12 \text{ ، } 32 = \frac{4}{3} \times 24 \text{ ، } 28 = \frac{4}{3} \times 21$$

لعد إكمال الجدول نجد أن :

$$\frac{28}{21} = \frac{20}{15} = \frac{32}{24} = \frac{12}{9} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{12}{9} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3} , \quad \frac{4}{3} = \frac{4}{3} : \text{بعض صور التناسب}$$

تدريب :

أكمل الجدول التالي و أكتب بعض صور التناسب :

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

الحل :

ع ٣٠ م ١٥ للعددين (١٥ ، ٦) هو ٣ و بالتالي يكون : $\frac{15}{6} = \frac{4}{3}$ لحساب العدد الناقص بالصف الثاني نضرب العدد المناظر له في الصف الأول \times ف نجد أن : $\frac{15}{6} = \frac{4}{3} \times 18$ ، $\frac{15}{6} = \frac{4}{3} \times 14$ ، $\frac{15}{6} = \frac{4}{3} \times 8$ ولحساب العدد الناقص بالصف الأول نقسم العدد المناظر له بالصف الثاني \div أي نضرب \times ف نجد أن : $\frac{15}{6} = \frac{4}{3} \times 5$ ، $\frac{15}{6} = \frac{4}{3} \times 25$ ، $\frac{15}{6} = \frac{4}{3} \times 30$

لقد إكمال الجدول نجد أن صور التناسب هي :

تمارين

(١) أكمال الجدول التالي و أكتب بعض صور التناسب :

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

(٢) أكمال الجدول التالي و أكتب بعض صور التناسب :

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

(٣) أكمال الجدول التالي و أكتب بعض صور التناسب :

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

(٤) أكمال المخططين التاليين و أكتب بعض صور التناسب :

| | |
|-----|-----|
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |

| | |
|-----|-----|
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |

خواص التناسب

تمهيد :

بملاحظة الشكلين التاليين :

$$\frac{5}{7} = \frac{35}{49} \quad \frac{12}{48} = \frac{2}{8}$$

نجد أن :

* في الشكل الأول : ضربنا حدى النسبة $\frac{2}{8}$ فى (٦) ففتح التناسب $\frac{12}{48} = \frac{2}{8}$ * فى الشكل الثانى : قسمنا حدى النسبة $\frac{35}{49}$ على (٧) ففتح التناسب $\frac{5}{7} = \frac{35}{49}$

خاصية (١) :

نستنتج مما سبق :

يمكن تكوين تناسب بمعلومية نسبة واحدة كمل يلى :

- ضرب حدى النسبة فى عدد لا يساوى الصفر فإن النسبة الناتجة تساوى النسبة الأولى (تناسب)
- قسمة حدى النسبة على عدد لا يساوى الصفر فإن النسبة الناتجة تساوى النسبة الأولى (تناسب)

ملاحظة :

$$\frac{12}{48} = \frac{2}{8}$$

الأعداد ٢ ، ٨ ، ١٢ ، ٤٨ توصف بأنها متناسبة و تسمى حدود التناسب كما يلى :

٢ الحد الأول ، ٨ الحد الثانى ، ١٢ الحد الثالث ، ٤٨ الحد الرابع

و يسمى الحدان (٢ ، ٨) بالطرفين ، و الحدين (١٢ ، ٤٨) بالوسطين

$$12 \times 8 = 48 \times 2$$

خاصية (٢) :

نستنتج مما سبق :

فى حالة تساوى نسبتيين فإن : حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

أمثلة :

$$[١] \text{ أكمل التناسب التالى : } \frac{12}{48} = \frac{3}{9}$$

الحل :

| | |
|----|---|
| ١٢ | ٣ |
| س | ٩ |

٣ ×

نرمز للحد الناقص بالرمز س

الطريقة الأولى : استخدام تناظر الأعداد بالصفوف

الصف الأول : ١٢ ، ٣

الصف الثانى : س ، ٩

نلاحظ أن : ٣ أصبحت ٩ أى ضربت ٣ ×

لذلك نضرب ١٢ × ٣ لنحصل على س = ٣٦ = ٣ × ١٢

$$\frac{12}{36} = \frac{3}{9}$$

و يصبح التناسب هو : $\frac{12}{36} = \frac{3}{9}$

الطريقة الثانية : استخدام تناظر الأعداد بالأعمدة

العمود الأول ٣ العمود الثانى ١٢

س ٩

نلاحظ أن : ٣ أصبحت ٩ أى ضربت ٣ ×

لذلك نضرب ٩ × ٣ لنحصل على س = ٣٦ = ٩ × ٣

$$\frac{12}{36} = \frac{3}{9}$$

و يصبح التناسب هو : $\frac{12}{36} = \frac{3}{9}$

| | |
|----|---|
| ١٢ | ٣ |
| س | ٩ |

٤ ×

الطريقة الثالثة : استخدام خاصية (حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)

حيث أن : $\frac{3}{9} = \frac{12}{س}$ ينتج أن : $س \times 3 = 12 \times 9$ " بالقسمة ÷ 3 "

$$\frac{س \times 3}{3} = \frac{12 \times 9}{3} \quad \text{ينتج أن : } س = \frac{108}{3} = 36$$

و يصبح التناسب هو : $\frac{3}{9} = \frac{12}{36}$

[٢] إذا كانت الأعداد ٩ ، ١٥ ، س ، ٦٠ متناسبة أوجد قيمة س

الحل

حيث أن الأعداد متناسبة لذا يمكن وضعها على صورة تناسب هو :
و باستخدام خاصية (حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)
ينتج أن : $س \times ٩ = ٦٠ \times ١٥$ " بالقسمة ÷ ٩ "

$$\text{ينتج أن : } س = \frac{٦٠ \times ٩}{٩} = ٦٠$$

[٣] يقطع قطار مسافة ٢٠٤ كيلومتر في ساعة ونصف أوجد المسافة التي يقطعها القطار في ٣ ساعات

و في كم ساعة يقطع مسافة قدرها ٦١٢ كيلومتراً

الحل

| | | | |
|-----|---|-----|--------------------|
| ٦١٢ | س | ٢٠٤ | المسافة بالكيلومتر |
| ص | ٣ | ١.٥ | الزمن بالساعات |

الجدول المقابل يمثل هذه المسألة

باعتبار أن : ٣ ، س ، ١.٥ ، ٢٠٤ متناسبة

يكون : $س \times ١.٥ = ٢٠٤ \times ٣$ " بالقسمة ÷ ١.٥ "

$$\text{ينتج أن : } س = \frac{٢٠٤ \times ٣}{١.٥} = ٤٠٨$$

أى أن القطار يقطع مسافة ٤٠٨ كيلومتر في ٣ ساعات

، باعتبار أن : ٢٠٤ ، ١.٥ ، ٦١٢ ، ص متناسبة

فيكون : $ص \times ٢٠٤ = ٦١٢ \times ١.٥$ " بالقسمة ÷ ٢٠٤ "

$$\text{ينتج أن : } ص = \frac{٦١٢ \times ١.٥}{٢٠٤} = ٤.٥$$

أى أن القطار يقطع في ٤.٥ ساعة مسافة ٦١٢ كيلومتراً

تدريب : لاحظ و أكمل الجدول التالى

| حدود التناسب | التناسب | حاصل ضرب الطرفين | حاصل ضرب الوسطين | قيمة س |
|----------------|-------------------------------|------------------|------------------|---------------------------------|
| ٣ ، ٥ ، ٩ ، س | $\frac{3}{5} = \frac{9}{س}$ | $س \times ٣$ | ٩×٥ | $س = \frac{٩ \times ٥}{٣} = ١٥$ |
| ١٨ ، ٦ ، ٢ ، س | | | | |
| | $\frac{16}{20} = \frac{4}{س}$ | | | |
| ١٤ ، ٦ ، ٧ ، س | | | | |

تمارين

(١) أوجد العدد س فى التناسبات التالية :

$$\frac{36}{س} = \frac{4}{9} \quad [ب] \quad \frac{س}{10} = \frac{3}{5} \quad [٢]$$

$$\frac{16}{40} = \frac{2}{س} \quad [٤] \quad \frac{56}{63} = \frac{8}{س} \quad [د]$$

(٢) أكمل كلاً من الجداول التالية بحيث تكون الأعداد الموجودة فى صفى كل جدول متناسبة :

| | | | |
|------|-------|-------|-----|
| ١٥ | ٧ | ٨ | [٢] |
| ١٥ | ٧ | ٨ | |
| ١٣.٥ | ٠.٠٠٠ | ٢٤ | [ب] |
| ١٣.٥ | ٠.٠٠٠ | ٢٤ | |
| ١٥ | ٠.٠٠٠ | ٣.٥ | [د] |
| ١٥ | ٠.٠٠٠ | ٣.٥ | |
| ٦.٠ | ٣.٠ | ٠.٠٠٠ | [٤] |
| ٦.٠ | ٣.٠ | ٠.٠٠٠ | |
| ١٥ | ٠.٠٠٠ | ٣.٥ | [٤] |
| ١٥ | ٠.٠٠٠ | ٣.٥ | |
| ٦.٠ | ٣.٠ | ٠.٠٠٠ | [٤] |
| ٦.٠ | ٣.٠ | ٠.٠٠٠ | |

(٣) أوجد العدد الناقص س لى تكون الأعداد متناسبة فى ما يلى :

$$[ب] \quad ١٢ ، ٤.٥ ، س ، ٣ \quad [٢] \quad ٣ ، ٨ ، ٩ ، س$$

$$[د] \quad ١٨ ، ٦ ، ٥ ، س \quad [٤] \quad ٤ ، ٣.٥ ، ٨ ، س$$

(٤) تحتاج سيارة إلى ١٤ لتراً من البنزين فى قطع مسافة ١٧٥ كيلومتراً :

[٢] كم لتراً تحتاج إليها السيارة فى قطع مسافة قدرها ١٠٠ كيلومتر ؟

[ب] كم كيلومتراً تقطعها السيارة إذا استخدمت ٢٠ لتراً من البنزين ؟

(٥) جرار زراعى يمكنه حرث ١٢ فداناً فى ٤ ساعات :

[٢] كم فداناً يحرثها الجرار فى ٥ ساعات ؟

[ب] كم ساعة يستغرقها الجرار فى حرث ٤٨ فداناً ؟

(٦) شجرة إرتفاعها ٥ أمتار و طول ظلها فى لحظة ما ١٠ أمتار كم يكون طول طفل ظلّه ٣ أمتار فى نفس اللحظة ؟

(٧) اشترى شخص ٧ كيلوجراماً من الموز فدفعت مبلغ ٣٥ جنيهاً فكم يدفع إذا اشترى ٩ كيلوجراماً ؟

(٨) نسبة وزن رجل إلى وزن أبنه ٥ : ٣ فكم يكون وزن الأب إذا كان وزن الرجل ٩٠ كيلوجراماً :

(٩) لعمل مربى التين يضاف ٤.٨ كيلوجرام من السكر إلى كل ٦ كيلوجرامات من التين أوجد

[٢] كم كيلوجراماً من السكر تضاف إلى ١٥ كيلوجراماً من التين لعمل نفس المربى ؟

[ب] كم كيلوجراماً من التين تضاف إلى ١٤.٤ كيلوجرام من السكر ؟

(١٠) لتقديم ٦ أكواب من عصير البرتقال يلزم عصر ٢ كيلوجرام من البرتقال أوجد :

[٢] كم كيلوجراماً من البرتقال تلزم لتقديم ٢٧ كوباً من العصير ؟

[ب] كم كوباً يمكن تقديمها إذا تم عصر ٥ كيلوجراماً من البرتقال ؟

مقياس الرسم

معنى مقياس الرسم :

إذا ألتقطت بألة التصوير " الكاميرا " صورة لأخيك فإن الصورة تكون متناسقة و تعبر عن جميع التفاصيل بنفس النسب الموجودة فى الحقيقة
فإذا كان طول أخيك فى الصورة ١٣ سم ، وطوله الحقيقى ١٣٠ سم فإن ذلك يعنى :

[١] كل ١٣ سم فى الصورة تمثل ١٣٠ سم فى الحقيقة
أى أن : كل ١ سم فى الصورة يمثل ١٠ سم فى الحقيقة

[٢] النسبة بين الطول فى الصورة و الطول فى الحقيقة = ١ : ١٠

$$\frac{\text{الطول فى الصورة}}{\text{الطول فى الحقيقة}} = \frac{١٣}{١٣٠} = \frac{١}{١٠}$$

تسمى هذه النسبة (مقياس الرسم)

$$\text{أى أن : مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول فى الحقيقة}}$$

ملاحظات :

- * إذا كان مقياس الرسم > ١ فإنه يدل على التصغير
مثل : رسم الخرائط ، تصميمات الإنشاءات الهندسية ، صور الأشخاص أو الأماكن إلخ
- * إذا كان مقياس الرسم > ١ فإنه يدل على التكبير
مثل : تكبير صورة حشرة ، تكبير صورة شخص إلخ
- * تنقسم المسائل المرتبطة بمقياس الرسم إلى ثلاثة أنواع هى :
 - (١) إيجاد مقياس الرسم
 - (٢) إيجاد الطول فى الرسم
 - (٣) إيجاد الطول فى الحقيقة
 كما سيتضح من الأمثلة التالية

أمثلة :

[١] المسافة بين مدينتين ٢٥ كم فإذا كانت المسافة بينهما على الخريطة هى ٥ سم أوجد مقياس رسم هذه الخريطة

الحل

$$\begin{aligned} \text{الطول فى الرسم} &= ٥ \text{ سم} \\ \text{الطول فى الحقيقة} &= ٢٥ \text{ كم} = ٢٥ \times ١٠٠٠ \times ١٠٠ = ٢٥٠٠٠٠٠ \text{ سم} \\ \text{مقياس الرسم} &= \frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول فى الحقيقة}} = \frac{٥}{٢٥٠٠٠٠٠} = \frac{١}{٥٠٠٠٠٠} \end{aligned}$$

و هذا يعنى أن : كل ١ سم على الخريطة يمثل ٥ كيلومترات فى الحقيقة

[٢] ألتقطت صورة لإحدى الحشرات الدقيقة جداً فإذا كان طول الحشرة فى الصورة هو ٢٥٠ سم

فإذا كان طولها الحقيقى ٢٥ مم أوجد مقياس الرسم

الحل

الطول فى الصورة = ٢٥٠ سم \times ١٠ = ٢٥٠٠ مم
الطول فى الحقيقة = ٢٥ مم

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول فى الحقيقة}} = \frac{٢٥٠٠}{٢٥} = ١٠٠$$

و هذا يعنى أن : كل ١٠٠ مم فى الصورة يمثل ١ مم فى الحقيقة

[٣] رسمت خريطة بمقياس رسم ١ : ٧٠٠٠٠٠٠٠ أوجد :

[أ] البعد الحقيقى بالكيلومترات بين بلدين المسافة بينهما على الخريطة ١.٨ سم

[ب] طول البعد على الخريطة لمسافة طولها الحقيقى ١٤٠ كيلومتراً

الحل

حيث أن : مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول فى الحقيقة}}$

$$[أ] \text{ أى أن : } \frac{١}{٧٠٠٠٠٠٠٠} \times \frac{١.٨}{\text{الطول فى الحقيقة}}$$

$$\text{الطول فى الحقيقة} \times ١ = ٧٠٠٠٠٠٠٠ \times ١.٨ = ١٢٦٠٠٠٠٠٠ \text{ سم}$$

$$\text{الطول فى الحقيقة} = \frac{١٢٦٠٠٠٠٠٠}{١٠٠ \times ١٠٠٠} = ١٢٦ \text{ كم}$$

$$[ب] \frac{١}{٧٠٠٠٠٠٠٠} \times \frac{\text{الطول فى الخريطة}}{١٠٠ \times ١٠٠٠ \times ١٤٠}$$

$$\text{أى أن : الطول فى الخريطة} = \frac{١}{٧٠٠٠٠٠٠٠} \times ١٠٠ \times ١٠٠٠ \times ١٤٠ = ٢ \text{ كم}$$

تدريب :

أكمل الجدول التالى :

| وصف الحالة | مقياس الرسم | الطول فى الرسم | الطول الحقيقى | تكبير أم تصغير |
|--------------------------------------|-------------|----------------|---------------|----------------|
| المسافة بين مدينتين على الخريطة | ١ : ٥٠٠٠٠ | ٨.٤ سم | ٠٠٠٠ كم | ٠٠٠٠ |
| طول ملعب بصورة لأحد الملاعب الرياضية | ٠٠٠٠ | ٢٤ سم | ١٢٠ متر | ٠٠٠٠ |
| الطول الحقيقى لحشرة دقيقة | ١ : ٥٠ | ٠٠٠٠ سم | ٥ مم | ٠٠٠٠ |
| ارتفاع منزل بلوحة فنية لحي شعبى | ٠٠٠٠ | ٣ سم | ١٨ متر | ٠٠٠٠ |

تمارين

- (١) المسافة بين أسوان و كوم أمبو ٤٠ كيلومتراً ، و المسافة بينهما على خريطة ١٠ سم أوجد مقياس رسم هذه الخريطة
- (٢) ترعة طولها ١٨٠٠ متر ، ظهرت على خريطة فكان طول المستقيم الذى يمثلها ٦ سنتيمترات أوجد مقياس رسم هذه الخريطة
- (٣) ألتقطت صورة لإحدى الحشرات الدقيقة جداً فإذا كان طول الحشرة فى الصورة هو ٤٠ سم فإذا كان طولها الحقيقى ٢ مم أوجد مقياس الرسم
- (٤) رسمت حشرة بعد تكبيرها بمقياس رسم ٥٠ : ١ فإذا كان طول الحشرة فى الرسم ٣٠ سنتيمتراً أوجد طولها بالملليمترات
- (٥) فى مصور جغرافى مرسوم بمقياس رسم ١ : ٥٠٠٠٠٠ وجدت المسافة بين مدينتين على هذا المصور ١٤ سم أوجد البعد الحقيقى بين المدينتين بالكيلومتر
- (٦) رسمت خريطة بمقياس رسم ١ : ٤٠٠٠٠٠ فإذا كان البعد بين بلدين ١١٢ كيلومتراً أوجد البعد بينهما على هذه الخريطة
- (٧) صورة صغيرة لفراشة بعديها الحقيقين بالملليمترات هما ١٨ مم ، ٤٨ مم تم تكبيرها فكان بعدها (٧٢ × س) سنتيمتر أوجد نسبة التكبير ثم أحسب قيمة س بالسنتيمترات
- (٨) إذا كانت المسافة بين مدينتين على خريطة مقياس رسمها ١ : ٦٠٠٠٠٠ هو ١٢ سم أوجد المسافة الحقيقية بينهما بالكيلومترات ، و ما مقدار هذه المسافة على خريطة أخرى مقياس رسمها ١ : ٥٠٠٠٠٠
- (٩) قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها ٣٥ متراً ، و عرضها ٢٥ متراً رسمها مهندس فكان طولها فى الرسم ٧٠ سنتيمتراً فما مقياس الرسم الذى إستخدمه المهندس ؟ و ما عرض القطعة فلا الرسم ؟
- (١٠) رسمت ثلاث خرائط للوجه القبلى الأولى بمقياس رسم ١ : ٤٠٠٠٠ و الثانية بمقياس رسم ١ : ٦٠٠٠٠ و الثالثة بمقياس رسم ١ : ١٠٠٠٠٠ فإذا كان البعد بين مدينتين على الخريطة الأولى يساوى ١٠ سم أوجد البعد بين نفس المدينتين على كل من الخريطة الثانية و الثالثة
- (١١) إذا كانت المسافة الحقيقية بين بلدين ٢٥٠ كيلومتراً فما المسافة بينهما على خريطة مرسومة بمقياس رسم ٣ : ٥٠٠٠٠٠ ؟
- (١٢) إذا كانت المسافة بين مدينتى القاهرة و المنصورة ١٣٠ كيلومتراً و كان البعد بينهما على خريطة ما ٦.٥ سم فأوجد مقياس رسم هذه الخريطة ، و إذا كان البعد بين مدينتى المنصورة و ميت غمر ٤٥ كيلومتراً فأوجد البعد بينهما على نفس الخريطة

التقسيم التناسبي

معنى التقسيم التناسبي :

التقسيم التناسبي هو تقسيم شئ ما (نقود ، أراضى ، أرباح ، أوزان ، إلخ) بنسبة معلومة أمثلة :

[١] قسم مبلغ ٩٦٠ جنيهاً بين سمير ، على ، محمد بنسبة ٤ : ٥ : ٧ أوجد نصيب كل منهم

الحل

نصيب سمير : نصيب على : نصيب محمد
٤ : ٥ : ٧

مجموع الأجزاء = ٤ + ٥ + ٧ = ١٦ جزءاً

أى أن : ٩٦٠ جنيهاً تعادل ١٦ جزءاً

قيمة الجزء = ٩٦٠ ÷ ١٦ = ٦٠ جنيهاً

نصيب سمير = ٤ × ٦٠ = ٢٤٠ جنيهاً

نصيب على = ٥ × ٦٠ = ٣٠٠ جنيهاً

نصيب محمد = ٧ × ٦٠ = ٤٢٠ جنيهاً

[٢] تم تقسيم قطعة أرض بين أخوين بنسبة ٧ : ٥ فإذا كان نصيب الأول يزيد عن نصيب الثانى بمقدار ٨٠ متراً مربعاً أوجد مساحة قطعة الأرض و نصيب كل من الأخوين

الحل

نصيب الأول : نصيب الثانى = ٧ : ٥

الفرق بين الأجزاء = ٧ - ٥ = ٢ جزء

معنى ذلك أن : ٢ جزء تعادل ٨٠ متراً مربعاً أى أن : قيمة الجزء = ٨٠ ÷ ٢ = ٤٠ متراً مربعاً

و يكون : مساحة قطعة الأرض = ١٢ × ٤٠ = ٤٨٠ متراً مربعاً

، نصيب الأول = ٧ × ٤٠ = ٢٨٠ متراً مربعاً

، نصيب الثانى = ٥ × ٤٠ = ٢٠٠ متراً مربعاً

[٣] بلغ حجم إنتاج البرتقال بإحدى الحدائق ٦٥٠٠ كيلوجرام ، حمل الإنتاج على ثلاث سيارات إلى أماكن

التعبئة فإذا كان ما تحمله السيارة الأولى $\frac{3}{4}$ ما تحمله السيارة الثانية ، و ما تحمله السيارة الثانية $\frac{2}{3}$

ما تحمله السيارة الثالثة أوجد حمولة كل سيارة

الحل

حمولة السيارة الأولى : حمولة السيارة الثانية : حمولة السيارة الثالثة
٣ : ٤

٣ : ٢

٣ : ٤ : ٦

مجموع الأجزاء = ٣ + ٤ + ٦ = ١٣ جزءاً

قيمة الجزء الواحد = ٦٥٠٠ ÷ ١٣ = ٥٠٠ كيلوجرام

حمولة السيارة الأولى = ٣ × ٥٠٠ = ١٥٠٠ كيلوجرام

حمولة السيارة الثانية = ٤ × ٥٠٠ = ٢٠٠٠ كيلوجرام

حمولة السيارة الثالثة = ٦ × ٥٠٠ = ٣٠٠٠ كيلوجرام

[٤] اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع تجارى فدفع الأول ١٢٥٠٠ جنيه ، و دفع الثانى ١٠٠٠٠ جنيه ، و دفع الثالث ١٥٠٠٠ جنيه ، و فى نهاية العام عند توزيع صافى الأرباح زاد نصيب الأول من الربح عن نصيب الثانى ٣٠٠ جنيه أوجد نصيب كل منهم من صافى الأرباح

الحل

مبلغ الأول : مبلغ الثانى : مبلغ الثالث

$$١٢٥٠ : ١٠٠٠٠ : ١٥٠٠٠$$

$$٥ : ٤ : ٦$$

الفرق بين الأجزاء = ٥ - ٤ = ١ جزء

قيمة الجزء الواحد = ٣٠٠ ÷ ١ = ٣٠٠ جنيه

نصيب الأول = ٣٠٠ × ٥ = ١٥٠٠ جنيه

نصيب الثانى = ٣٠٠ × ٤ = ١٢٠٠ جنيه

نصيب الثالث = ٣٠٠ × ٦ = ١٨٠٠ جنيه

تدريبات :

[١] عدد المتعلمين بالصفوف الثلاثة (الأول و الثانى و الثالث) بمدرسة ما ٧٠٠ متعلم فإذا كانت النسبة بين

عدد متعلمى الصف الأول : عدد متعلمى الصف الثانى : عدد متعلمى الصف الثالث كنسبة ٣ : ٤ : ٧

أوجد عدد متعلمى كل صف من الصفوف الثلاثة

الحل

عدد متعلمى الصف الأول : عدد متعلمى الصف الثانى : عدد متعلمى الصف الثالث

$$٠٠٠٠ : ٠٠٠٠ : ٠٠٠٠$$

مجموع الأجزاء = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ جزءاً

أى أن : ٠٠٠٠ جنيهاً تعادل ٠٠٠٠ جزءاً

قيمة الجزء = ٠٠٠٠ ÷ ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ متعلماً

عدد متعلمى الصف الأول = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ متعلماً

عدد متعلمى الصف الثانى = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ متعلماً

عدد متعلمى الصف الثالث = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ متعلماً

[٢] توفى رجل و ترك ٥٦٠٠٠ جنيه وزعت بين زوجته و ثلاثة أولاد و بنت واحدة فإذا علم أن للزوجة $\frac{1}{8}$

التركة ، و أن نصيب الولد ضعف نصيب البنت أحسب نصيب كل من الزوجة و الولد و البنت

الحل

نصيب الزوجة = $\frac{1}{8} \times ٥٦٠٠٠ = ٠٠٠٠$ جنيه

نصيب الأولاد و البنات = ٠٠٠٠ - ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ جنيه

نصيب الولد : نصيب البنت = ٠٠٠٠ : ٠٠٠٠

نصيب الأولاد الثلاثة = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ أجزاء

مجموع الأجزاء = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ أجزاء

قيمة الجزء = ٠٠٠٠ ÷ ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ جنيه

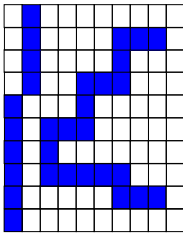
نصيب الولد = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ جنيه

نصيب البنت = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ جنيه

تمارين

- (١) قسم مبلغ ٢٥٠ جنيهاً بين شخصين بنسبة ٧ : ٦ أوجد نصيب كل منهما
- (٢) قسم مبلغ من المال بين ماهر و خالد و حسن فكان نصيب ماهر $\frac{3}{5}$ نصيب خالد ، و نصيب حسن $\frac{3}{4}$ نصيب خالد فإذا كان نصيب خالد يزيد عن نصيب حسن بمقدار ١٥٠ جنيهاً أحسب نصيب كل منهم
- (٣) اشترك ثلاثة أشخاص في تجارة فدفع الأول ٢٤٠٠ جنيه ، و دفع الثاني ٣٦٠٠ جنيه ، و دفع الثالث ٦٠٠٠ جنيه و في نهاية السنة خسرت الشركة ٢٠٠٠ جنيه أوجد نصيب كل منهم في هذه الخسارة
- (٤) اشترك محسن و سعيد في مشروع تجاري فدفع محسن ٣٠٠٠٠ جنيه و دفع سعيد ٤٠٠٠٠ جنيه فإذا بلغت أرباح المشروع في نهاية العام ٣٥٠٠٠ جنيه فما نصيب كل منهما
- (٥) اشترك ثلاثة أشخاص في تجارة فدفع الأول ٦٠٠٠ جنيه و دفع الثاني ٧٢٠٠ جنيه و دفع الثالث ٩٦٠٠ جنيه و في آخر العام بلغ نصيب الأول من صافي الربح ١٢٠٠ جنيه أوجد صافي ربح كل من الثاني و الثالث
- (٦) اشترك ثلاثة أشخاص في تجارة فدفع الأول ٤٥٠٠ جنيه و دفع الثاني ٧٢٠٠ جنيه و دفع الثالث ٣٦٠٠ جنيه و في نهاية العام كان مجموع نصيب الأول و الثالث من الأرباح ٩٠٠ جنيه أوجد نصيب كل منهم من الأرباح
- (٧) اشترك ثلاثة أشخاص في تجارة ربحت ١٢٤٠٠٠ جنيهاً فإذا كانت نسبة ما دفعه الأول إلى ما دفعه الثاني كنسبة ٣ : ٤ و كانت نسبة ما دفعه الثالث إلى ما دفعه الثاني كنسبة ٥ : ٦ فما نصيب كل منهم من الأرباح
- (٨) اشترك ثلاثة أشخاص في تجارة فدفع الأول $\frac{3}{5}$ ما دفعه الثاني و دفع الثاني $\frac{1}{3}$ ما دفعه الثالث و في نهاية العام وزعت الأرباح فكان نصيب الثاني ينقص عن نصيب الثالث بمقدار ١٥٠ جنيهاً أحسب نصيب كل منهم من الأرباح
- (٩) قطار به ٩٨٠ راكباً فإذا كان عدد ركاب الدرجة الأولى $\frac{2}{3}$ عدد ركاب الدرجة الثانية و كان عدد ركاب الدرجة الثانية $\frac{5}{8}$ عدد ركاب الدرجة الثالثة أحسب عدد ركاب كل من الدرجات الثلاث
- (١٠) مدرسة بها ٥٣٠ متعلم فإذا كانت النسبة بين عدد المتعلمين بالصف الأول : عدد المتعلمين بالصف الثاني كنسبة ٣ : ٨ ، و النسبة بين المتعلمين بالصف الثاني : عدد المتعلمين بالصف الثالث كنسبة ٦ : ٥ أوجد عدد المتعلمين بكل صف من الصفوف الثلاثة
- (١١) النسبة بين طول مستطيل و عرضه ٧ : ٣ و الفرق بين الطول و العرض ٦.٤ سم أوجد طول المستطيل و عرضه ثم أوجد مساحة سطح المستطيل
- (١٢) أسس ماهر مكتباً للحاسب الآلي برأس مال قدره ٣٥٠٠٠ جنيه و بعد شهرين شاركه رامز بمبلغ ٣٥٠٠٠ جنيه أيضاً و بعد شهرين آخرين شاركهما هاني بمبلغ ٣٥٠٠٠ جنيه و بعد سنة من تأسيس المكتب تبين أن صافي الربح ٥٢٩٢٠ جنيهاً أوجد نصيب كل منهم من الأرباح

حساب المائة



تمهيد :

الشكل المقابل يمثل :

مربعاً كبيراً تم تقسيمه إلى مائة مربعاً صغيراً جميعها متساوية
نلاحظ :

عدد المربعات الصغيرة المظلة = ٣٠ مربعاً

نسبة الجزء المظلل إلى المربع الكلي = $\frac{30}{100}$ أو ٣٠ : ١٠٠

الحد الأول للنسبة هو ٣٠ ، و الحد الثاني للنسبة هو ١٠٠

مثل هذه النسبة تسمى " نسبة مئوية " و تكتب (٣٠ /) و تقرأ (٣٠ في المائة)

النسبة المئوية :

هي نسبة حدها الثاني ١٠٠ و يرمز لها بالرمز " / " .

ملاحظات :

- نسبة الجزء غير المظلل إلى المربع الكلي = $\frac{70}{100}$ و تقرأ (٧٠ في المائة)
- مجموع نسبة الجزأين المظلل و غير المظلل = $\frac{30}{100} + \frac{70}{100} = \frac{100}{100}$
- إذا كانت الفائدة على دفتر التوفير بأحد البنوك أو كتب البريد ١٠ / في السنة فمعنى ذلك أن كل ١٠٠ جنيهاً تأخذ فائدة أو ربحاً قدره ١٠ جنيهاً لتصبح آخر العام ١١٠ جنيهاً و سبب ذلك هو أن الفائدة (١٠ جنيهاً لكل ١٠٠ جنيهاً) حسبت كما يلي :
 $\frac{10}{100} \times 100 = 10$ جنيهاً " تضاف لكل مائة جنيهاً "
- إذا كانت نسبة الخصم بمحل تجارى ٣٠ / معنى ذلك أن كل ١٠ جنيهاً تخصم منها ٣٠ جنيهاً و تدفع للمحل ٧٠ جنيهاً و سبب ذلك أن نسبة الخصم (٣٠ جنيهاً لكل مائة جنيهاً) حسب كما يلي :
 $\frac{30}{100} \times 100 = 30$ جنيهاً " تخصم من كل مائة جنيهاً عند الدفع "
- إذا كتب على قطعة ملابس ما يلي : (المكونات : ٤٥ / صوف ، ٣٠ / ألياف صناعية ، ٢٥ / قطن) معنى ذلك أن : مجموع المكونات = $\frac{45}{100} + \frac{30}{100} + \frac{25}{100} = \frac{100}{100}$
- ١٠٠ / من مقدار تساوى المقدار كله
و معناها $\frac{100}{100}$ من المقدار = الوحدة الكاملة أى المقدار كاملاً

تحويل نسبة مئوية إلى كسر (عادى أو عشرى) :

مثال [١] : حول النسبة ٤٠ / إلى كسر عادى ثم إلى كسر عشرى
الحل

تحويل النسبة المئوية إلى كسر عادى :

$$\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

تحويل النسبة المئوية إلى كسر عشرى :

$$0.40 = \frac{40}{100}$$

تحويل كسر (عادى أو عشرى) إلى نسبة مئوية :

مثال [٢] : حول الكسر $\frac{2}{5}$ إلى نسبة مئوية

الحل

$$\% 80 = \frac{80}{100} = \frac{100 \times \frac{4}{5}}{100} = \frac{4}{5}$$

مثال [٣] حول الكسر ٠.٥٤ إلى نسبة مئوية
الحل

$$\% 54 = \frac{54}{100} = \frac{100 \times 0.54}{100} = 0.54$$

مثال [٤] مدرسة بها ٧٢٠ متعلم تغيب فى أحد الأيام ٣٦ متعلماً أوجد النسبة المئوية لعدد الحاضرين فى هذا اليوم
الحل

$$\text{عدد الحاضرين} = 720 - 36 = 684 \text{ متعلماً}$$

$$\% 95 = \frac{100 \times \frac{684}{720}}{100} = \frac{95}{100}$$

مثال [٥] فى رحلة مدرسية كان عدد المشتركين من البنين و البنات ١٣٥ فرداً فإذا كانت النسبة المئوية للبنات ٤٠ % فكم عدد البنين
الحل

$$\text{عدد البنات} = 135 \times \frac{40}{100} = 54 \text{ بنتاً}$$

$$\text{عدد البنين} = 135 - 54 = 81 \text{ ولداً}$$

مثال [٦] سبيكة من المعدن تحتوى على ٣٢ % من الألومنيوم ، ٢٨ % من الحديد و الباقي قصدير فإذا كان وزن القصدير ٨ كيلوجرامات أوجد وزن السبيكة
الحل

$$\% 40 = \% 60 - \% 100 = (\% 28 + \% 32) - \% 100$$

بما أن وزن القصدير ٤٠ % من وزن السبيكة

$$\text{إذن وزن السبيكة} = 8 \times \frac{100}{40} = 20 \text{ كيلوجراماً}$$

تدريب :

أكمل الجدول التالى :

| الكسر | النسبة المئوية | الرمز | القراءة الرياضية |
|------------------|------------------|-------|------------------|
| ٠.١٩ | $\frac{19}{100}$ | % ١٩ | ١٩ فى المائة |
| ٦.٥ | | | |
| $66 \frac{2}{3}$ | | | |
| $\frac{5}{8}$ | | | |
| ٠.٣٧٥ | | | |
| ٠.٦٢٥ | | | |
| | | % ٦٠ | |
| | | | ٧٥ فى المائة |

تمارين

(١) حول كلاً مما يلى إلى كسر عادى فى أبسط صورة ، ثم إلى كسر عشرى :

$$\begin{array}{ll} [\text{ب}] \frac{92}{100} & [\text{ب}] \frac{45}{100} \\ [\text{ع}] \frac{37.5}{100} & [\text{ح}] \frac{78}{100} \end{array}$$

(٢) حول كلاً مما يلى إلى نسبة مئوية :

$$\begin{array}{ll} [\text{ب}] \frac{5}{6} & [\text{ب}] \frac{1}{3} \\ [\text{ع}] 0.43 & [\text{ح}] \frac{17}{50} \end{array}$$

(٣) مصنع لإنتاج اللمبات الكهربائية أنتج ٧٥٠٠٠ لمبة منها ١٢٠٠ لمبة معيبة أوجد :
النسبة المئوية لللمبات السليمة بالنسبة للإنتاج الكلى

(٤) موظف راتبه الشهرى ٥٦٤ جنيهاً يوفر منها ٣٣ جنيهاً أحسب النسبة المئوية لما يوفره و ما يصرفه

(٥) قماش فستان مصنوع من القطن و الصوف و الألياف الصناعية فإذا كانت نسبة القطن ٥٥ % ، نسبة الصوف ١٥ % أحسب نسبة الألياف الصناعية ثم أوجد الكسر المكافئ لكل نسبة منها

(٦) مدرسة بها ٦٥٠ متعلماً غاب منهم فى أحد الأيام ١٣ متعلماً أحسب النسبة المئوية للغياب و الحضور فى ذلك اليوم

(٧) إذا كان عدد المشتركين فى رحلة ما من البنين و البنات ٢٠٠ مشترك و كانت النسبة المئوية للبنين ٨٠ % أوجد عدد البنات

(٨) مدرسة إعدادية بها ٨٠٠ متعلماً يوجد ٤٠ % منهم بالصف الأول ، و ٣٥ % بالصف الثانى أوجد عدد المتعلمين بكل صف من الصفوف الثلاثة

(٩) أفادت إحصائية لعدد المتعلمين الحاصلين على ٩٠ % فى مادة الرياضيات بأحد فصول الصف السادس الابتدائى فوجد أن عددهم ١٢ متعلماً و هذا يعادل ٢٥ % من متعلمى هذا الفصل أوجد عدد المتعلمين بهذا الفصل

(١٠) فى إحدى عربات قطار كان عدد المقاعد المشغولة ٤٨ مقعداً فإذا كان عدد مقاعد العربة ٦٠ مقعداً أحسب :
[ب] النسبة المئوية لعدد المقاعد المشغولة
[ب] النسبة المئوية لعدد المقاعد الشاغرة

(١١) فى إمتحان للرياضيات حصل سامى على ٤٥ درجة من ٦٠ أوجد النسبة المئوية لدرجة سامى فى هذا الإمتحان

تطبيقات على حساب المائة

أولاً : حساب الفائدة أو الخصم

مثال [١] أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه في مصرف يعطى فائدة ١٢ % / فكم يكون المبلغ المودع بعد مرور سنة

الحل

$$\begin{aligned} \text{المبلغ المودع} &= ٤٠٠٠ \text{ جنيه} \\ \text{مقدار الفائدة} &= ٤٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} = ٤٨٠ \text{ جنيهاً} \\ \text{جملة المبلغ بعد مرور سنة} &= \text{المبلغ الأصلي} + \text{مقدار الفائدة} \\ &= ٤٠٠٠ + ٤٨٠ = ٤٤٨٠ \text{ جنيهاً} \end{aligned}$$

مثال [٢] اشترى أحمد قميصاً مكتوب عليه ٩٠ جنيهاً فإذا كانت نسبة التخفيض هي ٤٠ % / أوجد مقدار ما يدفعه أحمد

الحل

$$\begin{aligned} \text{السعر الأصلي للقميص} &= ٩٠ \text{ جنيهاً} \\ \text{قيمة التخفيض} &= ٩٠ \times \frac{٤٠}{١٠٠} = ٣٦ \text{ جنيهاً} \\ \text{مقدار ما يدفعه أحمد} &= \text{السعر الأصلي للقميص} - \text{قيمة التخفيض} \\ &= ٩٠ - ٣٦ = ٥٤ \text{ جنيهاً} \end{aligned}$$

مثال [٣] اشترى منى فستاناً بمبلغ ٦٨ جنيهاً ، و كان عليه خصم ١٥ % / أحسب السعر الأصلي للفستان قبل الخصم

الحل

$$\begin{aligned} \text{ما دفعته منى} &= ٦٨ \text{ جنيهاً} \\ \text{بما أن نسبة الخصم} &= ١٥ \% \\ \text{إذن نسبة المبلغ المدفوع} &= ١٠٠ \% - ١٥ \% = ٨٥ \% \\ \text{السعر الأصلي للقميص} &= \text{ما دفعته منى} \div \text{نسبة المبلغ المدفوع} \\ &= ٦٨ \div \frac{٨٥}{١٠٠} = \frac{٦٨}{٨٥} \times ١٠٠ = ٨٠ \text{ جنيهاً} \end{aligned}$$

تدريب :

أكمل الجدول التالي :

| السعر الأصلي للمنتج | نسبة التخفيض | مقدار التخفيض | السعر بعد التخفيض |
|---------------------|--------------|---------------|-------------------|
| ١٥٠ | ١٠ % | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ٠٠٠٠ | ٣٠ % | ٠٠٠٠ | ٩١ |
| ٠٠٠٠ | ٢٥ % | ٠٠٠٠ | ٣١٥ |
| ٦٥٠ | ٢٥ % | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ١٥ | ١٣٥ |
| ٠٠٠٠ | ١٦ % | ١٢٦ | ٠٠٠٠ |
| ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٤٣ | ٦٤٥ |

ثانياً : حساب نسبة المكسب أو الخسارة

ملاحظات :

- المكسب = ثمن البيع - (ثمن الشراء + المصاريف)
- الخسارة = (ثمن الشراء + المصاريف) - ثمن البيع

مثال [١] اشترى تاجر سيارة بمبلغ ٣٤٠٠٠ جنيه و صرف على إصلاحها و تجديدها ٤٠٠٠ جنيه ثم باعها بمبلغ ٤٤٠٨٠ جنيه أحسب النسبة المئوية للمكسبه

الحل

ثمن شراء السيارة = ٣٤٠٠٠ جنيه

المصاريف = ٤٠٠٠ جنيه

ثمن البيع = ٤٤٠٨٠ جنيه

المكسب = ثمن البيع - (ثمن الشراء + المصاريف)

$$= 44080 - (34000 + 4000) = 6080$$

$$\text{النسبة المئوية للمكسب} = \frac{\text{المكسب}}{\text{ثمن الشراء و المصاريف}} = \frac{6080}{38000} = \frac{16}{100} = 16\%$$

مثال [٢] باع تاجر بضاعة بمبلغ ٢٦٢٥٠ جنيه و كانت جملة مصاريف النقل ٣٧٥٠ جنيه فإذا باعها بمبلغ ٢٥٥٠٠ جنيه أوجد النسبة المئوية لخسارته

الحل

ثمن الشراء = ٢٦٢٥٠ جنيه

المصاريف = ٣٧٥٠ جنيه

ثمن البيع = ٢٥٥٠٠ جنيه

الخسارة = (ثمن الشراء + المصاريف) - ثمن البيع

$$= 26250 + 3750 - 25500 = 4500$$

$$\text{النسبة المئوية للخسارة} = \frac{\text{الخسارة}}{\text{ثمن الشراء و المصاريف}} = \frac{4500}{30000} = \frac{15}{100} = 15\%$$

تدريب :

أكمل الجدولين التاليين :

| ثمن الشراء | ثمن البيع | المكسب | النسبة المئوية للمكسب |
|------------|-----------|--------|-----------------------|
| ٣٦٠٠ | ٤٢٠٠ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ٩٠٠٠ | ٧٥٠٠ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ٠٠٠٠ | ٥٠٠٠ | ١٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ٣٥٠ | ٠٠٠٠ | ١٠٥ | ٠٠٠٠ |

(١)

| ثمن الشراء | ثمن البيع | الخسارة | النسبة المئوية للخسارة |
|------------|-----------|---------|------------------------|
| ٥٠٠٠٠ | ٤٦٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ٢٨٠٠٠ | ٢٤٤٦٠ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ٠٠٠٠ | ٤٠٠٠ | ١٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ٦٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٣٠٠ | ٠٠٠٠ |

(٢)

ثالثاً : حساب ثمن البيع و ثمن الشراء

مثال [١] أشتري رجل بضاعة بمبلغ ١٦٤٠ جنيهاً و باعها بمكسب ١٥٪ / أوجد ثمن البيع و قيمة المكسب

الحل

| النسب | ثمن الشراء | المكسب | ثمن البيع |
|------------------|------------|--------|-----------|
| عدد الأجزاء | ١٠٠ | ١٥ | ١١٥ |
| القيمة بالجنيهاً | ١٦٤٠ | ؟ | ؟ |

من الجدول : ثمن البيع = $\frac{115}{100} \times \text{ثمن الشراء} = \frac{115}{100} \times 1640 = 1886$ جنيهاً

المكسب = ثمن البيع - ثمن الشراء = $1886 - 1640 = 246$ جنيهاً

مثال [٢] أوجد ثمن شراء بضاعة بيعت بمبلغ ٨٦٤٠ جنيهاً و كان المكسب ٨٪ / و أوجد أيضاً المكسب

الحل

| النسب | ثمن الشراء | المكسب | ثمن البيع |
|------------------|------------|--------|-----------|
| عدد الأجزاء | ١٠٠ | ٨ | ١٠٨ |
| القيمة بالجنيهاً | ؟ | ؟ | ٨٦٤٠ |

من الجدول : ثمن الشراء = $\frac{100}{108} \times \text{ثمن البيع} = \frac{100}{108} \times 8640 = 8000$ جنيهاً

المكسب = ثمن البيع - ثمن الشراء = $8640 - 8000 = 640$ جنيهاً

مثال [٣] أشتري دراجة بخارية بمبلغ ٢٥٠٠ جنيهاً و صرف على إصلاحها مبلغ ٥٠٠ جنيهاً و باعها بخسارة ١٨٪ /

من ثمن الشراء أوجد ثمن بيع الدراجة و مقدار الخسارة

الحل

| النسب | ثمن الشراء و المصاريف | الخسارة | ثمن البيع |
|------------------|-----------------------|---------|-----------|
| عدد الأجزاء | ١٠٠ | ١٨ | ٨٢ |
| القيمة بالجنيهاً | ٣٠٠٠ | ؟ | ؟ |

من الجدول : ثمن البيع = $\frac{82}{100} \times \text{ثمن الشراء} = \frac{82}{100} \times 3000 = 2460$ جنيهاً

الخسارة = ثمن الشراء - ثمن البيع = $3000 - 2460 = 540$ جنيهاً

تدريب :

أكمل الجدولين التاليين :

(١)

| ثمن الشراء | المكسب | ثمن البيع | النسبة المئوية للمكسب |
|------------|--------|-----------|-----------------------|
| ٣٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٢٥٪ |
| ٥٦٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٤٠٪ |
| ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ١١٠٤ | ١٥٪ |
| ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٣٤٥٥ | ٢٥٪ |

(٢)

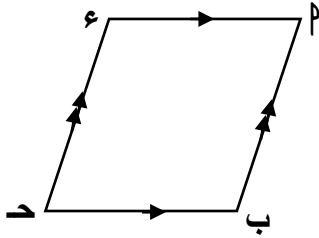
| ثمن الشراء | الخسارة | ثمن البيع | النسبة المئوية للخسارة |
|------------|---------|-----------|------------------------|
| ٠٠٠٠ | ١٤٠ | ٠٠٠٠ | ٣٠٪ |
| ٧٦٥ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٤٢٪ |
| ٦٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ١٥٪ |
| ٠٠٠٠ | ٣٥٣٤ | ٠٠٠٠ | ٧٪ |

تمارين

- (١) أودع رجل مبلغ ١٢٠٠ جنيه فى مصرف يعطلا فائدة ١١ ٪ سنوياً أوجد جملة المبلغ فى نهاية سنة من تاريخ الإيداع
- (٢) دفع شخص ١٥٨٤ جنيهاً فى شراء تلفاز بعد أن خفض له التاجر ١٢ ٪ من الثمن المكتوب أوجد ثمن التلفاز قبل التخفيض
- (٣) اشترى محسن حذاء مكتوب عليه ٩٠ جنيهاً بتخفيض قدره ٢٠ ٪ و بنظروناً مكتوباً عليه ٨٠ جنيهاً بتخفيض قدره ٤٠ ٪ فكم جنيهاً يدفعها محسن إذا اشترى حذائين و ثلاث بنظونات
- (٤) أودع شادى مبلغ ١٦٠٠ جنيه فى مصرف فإذا كانت جملة ما حصل عليه بعد عام من تاريخ الإيداع ١٧٩٢ جنيه أوجد النسبة المئوية للفائدة السنوية
- (٥) اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ١٢٠٠ جنيه و باعها فكب فيها ٢١٦٠ جنيهاً أوجد النسبة المئوية لمكسبه
- (٦) اشترى رجل بضاعة بمبلغ ٤٢٢٤ جنيهاً فخرس فيها ٥٧٦ جنيهاً أوجد النسبة المئوية لخسارته
- (٧) تقدم لامتحان الشهادة الابتدائية فى إحدى المدارس ٦٠٠ متعلم فإذا كان عدد الراسبين ١٠٢ متعلم أوجد النسبة المئوية لعدد الناجحين
- (٨) اشترى رجل سيارة بمبلغ ٣٦٠٠٠ جنيه و صرف على إصلاحها و تسجيلها ٦٠٠٠ جنيه ثم باعها بمكسب ١٤ ٪ فما ثمن البيع ؟
- (٩) اشترى رجل مزرعة بمبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه و صرف على إستصلاحها ١٠ ٪ من ثمن الشراء و عند بيعها وجد أن خسارته ١٧ ٪ فما ثمن البيع ؟ و ما قيمة المكسب ؟
- (١٠) باع رجل سيارة بمبلغ ٣١٣٦٠ جنيه فكان مكسبه ١٢ ٪ فبكم اشتراها ؟
- (١١) بيعت بضاعة بمبلغ ٥٤٠٠ جنيه فكانت الخسارة ١٠ ٪ فما ثمن شرائها ؟ و ما قيمة الخسارة ؟ رسم ٣ : ٥٠٠٠٠٠٠ ؟
- (١٢) تاجر دراجات وجد أنه إذا باع دراجة بمبلغ ١٨٠ جنيهاً لكانت خسارته ١٠ ٪ أوجد ثمن شراء الدراجة ثم أوجد الثمن الذى يبيع به التاجر هذه الدراجة ليكسب ١٢ ٪
- (١٣) اشترى رجل سيارتين الأولى بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه و الثانية بمبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه ثم باع الأولى بمكسب ٢٠ ٪ و باع الثانية بخسارة ١٥ ٪ أوجد ثمن بيع كل من السيارتين و بين هل كسب أم خسر ثم أوجد النسبة المئوية للمكسب أو الخسارة
- (١٤) لدى فكهانى كمية من البرتقال فإذا باعها بمبلغ ٣٧٨ جنيهاً فإنه يكسب ٥ ٪ فبكم اشتراها ؟ و إذا باع الكيلوجرام بسعر ١٥٠ قرشاً فإنه يكسب فى الكمية ٣٦٠ جنيهاً فكم كيلوجراماً كان عنده ؟

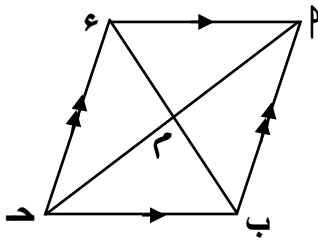
الوحدة الثالثة الهندسة العلاقات بين الأشكال الهندسية

تمهيد (١) :



الشكل المقابل : $\overline{a} \parallel \overline{b}$ ، $\overline{c} \parallel \overline{d}$ ، $\overline{a} \parallel \overline{b}$ ، $\overline{c} \parallel \overline{d}$
وذلك يعنى أن : $\overline{a} \parallel \overline{b}$ ، $\overline{c} \parallel \overline{d}$
أولاً : تحقق باستخدام الأدوات الهندسية مما يلى :

- ١ - $\overline{a} = \overline{b}$ ، $\overline{c} = \overline{d}$
- ٢ - $\angle a = \angle b$ ، $\angle c = \angle d$ ، $\angle a + \angle b = 180^\circ$ ، $\angle c + \angle d = 180^\circ$
- ٣ - مجموع قياسى $\angle a$ ، $\angle b$ ، $\angle c$ ، $\angle d$ ، $\angle a + \angle b = 180^\circ$ ، $\angle c + \angle d = 180^\circ$

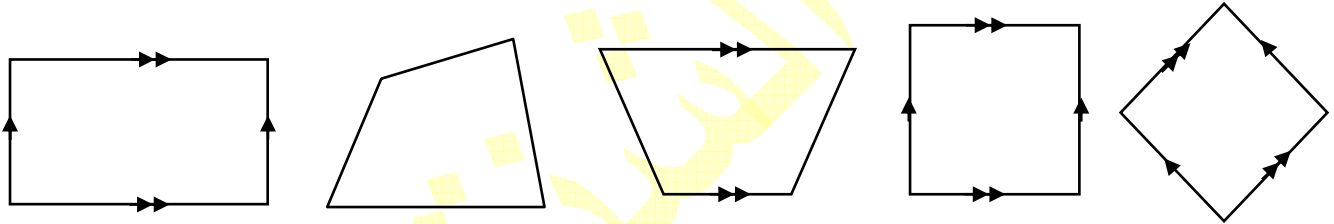


ثانياً : فى الشكل المقابل :

تحقق باستخدام الأدوات الهندسية مما يلى :

$$\overline{a} = \overline{b} \text{ ، } \overline{c} = \overline{d} \text{ ، } \angle a = \angle b \text{ ، } \angle c = \angle d$$

تدريب : فى الأشكال المقابلة بين أى منها متوازى أضلاع



الإستنتاج :

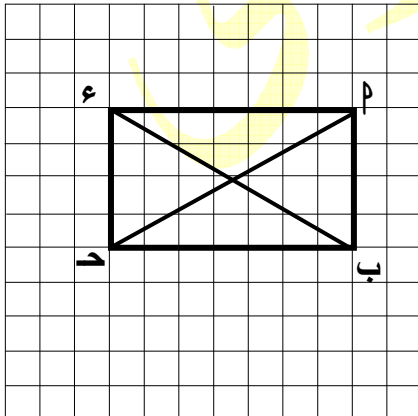
متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه :

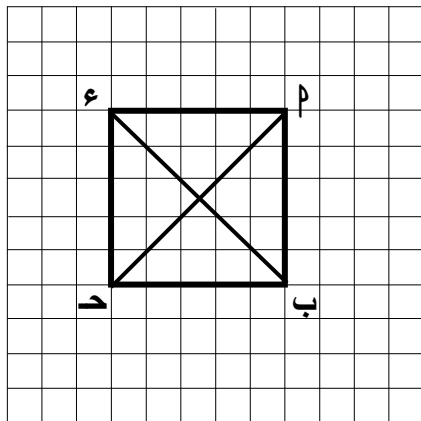
- (١) كل ضلعين متقابلين متوازيان و متساويان فى الطول
- (٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس
- (٣) مجموع قياسى أى زاويتين متتاليتين $= 180^\circ$
- (٤) القطران ينصف كل منهما الآخر

تمهيد (٢) : تأمل و أكمل :

[١] الشكل المقابل : $\overline{a} \parallel \overline{b}$ ، $\overline{c} \parallel \overline{d}$ مستطيل فيه :

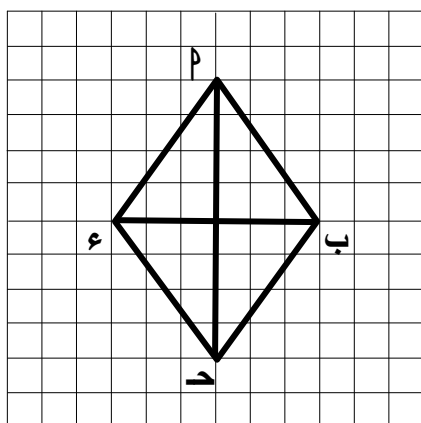
- ١ - $\overline{a} \parallel \overline{b}$ ، $\overline{c} \parallel \overline{d}$ ، $\overline{a} = \overline{b}$ ، $\overline{c} = \overline{d}$
- ٢ - $\overline{a} = \overline{b}$ ، $\overline{c} = \overline{d}$ ، $\angle a = \angle b$ ، $\angle c = \angle d$
- ٣ - $\angle a + \angle b = 180^\circ$ ، $\angle c + \angle d = 180^\circ$
- ٤ - $\angle a = \angle b$ ، $\angle c = \angle d$





[٢] الشكل المقابل : ب د ا ج مربع فيه :

- ١ - $\overline{ا ب} \parallel \overline{ب د}$ ، $\overline{ا ج} \parallel \overline{ج د}$
- ٢ - $\overline{ا ب} = \overline{ب د} = \overline{ا ج} = \overline{ج د}$
- ٣ - $\angle ا ب د = (\angle ب د ج)$
- ٤ - $\overline{ا ب} \perp \overline{ب د}$ ، $\overline{ا ج} \perp \overline{ج د}$
- ٥ - $\angle ا ب د = \angle ب د ج = \angle ا ج د = \angle ج د ا$
- ٦ - $\angle ا ب د = \angle ب د ج = \angle ا ج د = \angle ج د ا$



[٢] الشكل المقابل : ب د ا ج معين فيه :

- ١ - $\overline{ا ب} \parallel \overline{ب د}$ ، $\overline{ا ج} \parallel \overline{ج د}$
- ٢ - $\overline{ا ب} = \overline{ب د} = \overline{ا ج} = \overline{ج د}$
- ٣ - $\angle ا ب د = \angle ب د ج = \angle ا ج د = \angle ج د ا$
- ٤ - $\overline{ا ب} \perp \overline{ب د}$ ، $\overline{ا ج} \perp \overline{ج د}$
- ٥ - $\angle ا ب د = \angle ب د ج = \angle ا ج د = \angle ج د ا$

الإستنتاج :

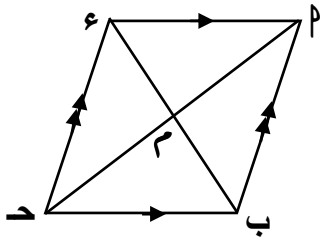
كل من المستطيل و المربع و المعين يمثل متوازي أضلاع



تدريب : أكمل الجدول التالي بوضع علامة ✓ أمام كل خاصية للشكل :

| المربع | المعين | المستطيل | متوازي الأضلاع | الخواص |
|--------|--------|----------|----------------|---|
| ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول |
| | | | | كل ضلعين متقابلين متوازيان |
| | | | | كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس |
| | | | | القطران ينصف كل منهما الآخر |
| | | | | القطران متساويان في الطول |
| | | | | القطران متعامدان |
| | | | | الأضلاع الأربعة متساوية في الطول |
| ✓ | ✓ | × | × | القطران ينصفان زاويتي الرأس المرسومة بينهما |
| | | | | الزاويتان المتتاليتان مجموع قياسيهما ١٨٠° |
| | | | | الزوايا الأربعة قائمة |

مثال :

في الشكل المقابل : $\overline{a} \parallel \overline{b}$ ، $\overline{c} \parallel \overline{d}$ متوازي أضلاع فيه :

$$\angle 110^\circ = (\angle a \text{ د } \angle) \text{ ق} ، \angle 30^\circ = (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق} ،$$

$$\overline{a} \parallel \overline{b} = 10 \text{ سم} ، \overline{c} \parallel \overline{d} = 10 \text{ سم} \text{ أوجد :}$$

$$(1) \text{ ق} (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق} (2) \text{ ق} (\angle د \text{ ا } \angle)$$

$$(3) \text{ م } \overline{a} \text{ د } \overline{b} (4) \text{ د } \overline{c}$$

مستخدماً خواص متوازي الأضلاع

الحل

" زاويتان متتاليتان "

$$(1) \text{ حيث أن : } \angle 180^\circ = (\angle د \text{ ا } \angle) \text{ ق} + (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق}$$

$$\text{إذن : } \angle 40^\circ = (\angle 30^\circ + \angle 110^\circ) - 180^\circ = (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق}$$

" زاويتان متقابلتان "

$$(2) \text{ ق} (\angle د \text{ ا } \angle) \text{ ق} = (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق}$$

$$\text{إذن : } \angle 70^\circ = \angle 40^\circ + \angle 30^\circ = (\angle د \text{ ا } \angle) \text{ ق}$$

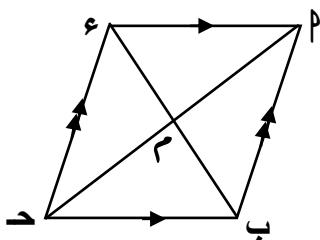
$$(3) \text{ حيث أن : } \overline{a} \parallel \overline{b} = 10 \text{ سم}$$

$$\text{إذن : } \overline{a} \parallel \overline{b} = 5 \text{ سم}$$

" القطران ينصف كل منهما الآخر "

$$(4) \text{ د } \overline{a} \parallel \overline{b} = \overline{c} \parallel \overline{d} = 5 \text{ سم}$$

" الضلعان المتقابلان متساويان في الطول "



تدريب :

في الشكل المقابل : $\overline{a} \parallel \overline{b}$ ، $\overline{c} \parallel \overline{d}$ متوازي أضلاع فيه :

$$\angle 100^\circ = (\angle ب \text{ د } \angle) \text{ ق} ، \angle 35^\circ = (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق} ،$$

$$\overline{a} \parallel \overline{b} = 11 \text{ سم} ، \overline{c} \parallel \overline{d} = 4 \text{ سم} ، \overline{a} \parallel \overline{b} = 8 \text{ سم} \text{ أوجد :}$$

$$(1) \text{ ق} (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق} (2) \text{ ق} (\angle د \text{ ا } \angle)$$

$$(3) \text{ ب } \overline{a} \text{ د } \overline{b} (4) \text{ د } \overline{c}$$

$$(5) \text{ م } \overline{a} \text{ د } \overline{b}$$

مستخدماً خواص متوازي الأضلاع

الحل

" "

$$(1) \text{ حيث أن : } \angle 180^\circ = (\angle د \text{ ا } \angle) \text{ ق} + (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق}$$

$$\text{إذن : } \angle 45^\circ = (\angle 100^\circ + \angle 35^\circ) - 180^\circ = (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق}$$

" "

$$(2) \text{ ق} (\angle د \text{ ا } \angle) \text{ ق} = (\angle د \text{ ب } \angle) \text{ ق}$$

$$\text{إذن : } \angle 115^\circ = \angle 45^\circ + \angle 35^\circ = (\angle د \text{ ا } \angle) \text{ ق}$$

$$(3) \text{ حيث أن : } \overline{a} \parallel \overline{b} = 11 \text{ سم}$$

$$\text{إذن : } \overline{a} \parallel \overline{b} = 5 \text{ سم}$$

" "

$$(4) \text{ د } \overline{a} \parallel \overline{b} = \overline{c} \parallel \overline{d} = 5 \text{ سم}$$

" "

$$(5) \text{ م } \overline{a} \text{ د } \overline{b} = \overline{c} \parallel \overline{d} = 5 \text{ سم}$$

" "

تمارين

١ - أكمل ما يأتي :

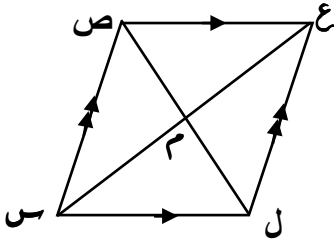
$$(1) \text{ قطرا المعين ،}$$

$$(2) \text{ إذا كانت الزوايا الداخلة في الشكل الرباعي متساوية في القياس فإنه يكون ،}$$

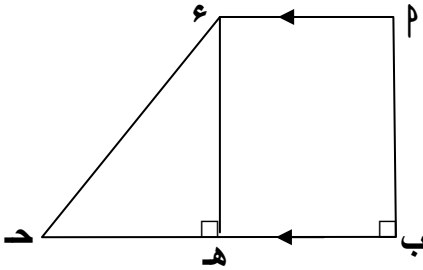
$$(3) \text{ المربع هو أضلاعه}$$

$$(4) \text{ في متوازي الأضلاع إذا تساوى القطران في الطول فإنه يكون}$$

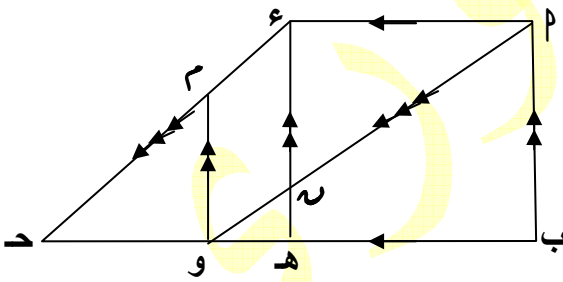
- (٥) المربع هو إحدى زواياه قائمة و ضلعيه المتجاوران في الطول
 (٦) قطرا المستطيل ،
 (٧) في المربع القطران ، ،
 (٨) متوازي الأضلاع الذي قطراه متعامدان ومتساويان في الطول يسمى
 (٩) قياس الزاوية المحصورة بين ضلع المربع وقطره
 (١٠) في متوازي الأضلاع P ب د ع إذا كان $\angle P = 70^\circ$ فإن $\angle D = \dots\dots\dots$
 (١١) في متوازي الأضلاع P ب د ع إذا كان $\angle P = 70^\circ$ فإن $\angle B = \dots\dots\dots$
 (١٢) في المعين P ب د ع إذا كان $\angle P = 40^\circ$ فإن $\angle D = \dots\dots\dots$
 (١٣) القطران متساويان في الطول في ومتعامدان وغير متساويين في الطول ومتساويين في الطول ومتعامدين في



- ٢ - في الشكل المقابل : س ص ع ل متوازي أضلاع فيه :
 $\angle (ل س ل ص) = 30^\circ$ ، $\angle (ع ل ع ص) = 120^\circ$
 س ع = ١٤ سم ، ل ع = ١٠ سم ، ع ص = ٦ سم أوجد :
 (١) $\angle (ل ع ل ص)$ (٢) $\angle (ل س ل ص)$
 (٣) س ص (٤) س ص
 (٥) س ل مستخدماً خواص متوازي الأضلاع



- ٣ - في الشكل المقابل : P ب د ع شبه منحرف فيه :
 $\angle (ب د ب) = 90^\circ$ ، $\overline{ع ب} \parallel \overline{ب د}$ ، $P ب = ٨$ سم
 $P ب = ٤$ سم ، $ب د = ٤$ سم ، $د ع = ١٠$ سم
 هـ نقطة على $\overline{ب د}$ بحيث $\overline{هـ ب} \perp \overline{ب د}$ أكمل ما يلي :
 (١) الشكل P ب هـ د يمثل
 (٢) $P ب = \dots\dots\dots$ سم ، $ب هـ = \dots\dots\dots$ سم
 (٣) محيط شبه المنحرف P ب د ع = سم ، محيط الشكل P ب هـ د = سم
 محيط المثلث $هـ ب د = \dots\dots\dots$ سم



- ٤ - في الشكل المقابل :
 $\overline{ع ب} \parallel \overline{ب د}$ ، $\overline{ب د} \parallel \overline{د و}$ ، $\overline{ب و} \parallel \overline{و هـ}$ ، $\overline{و هـ} \parallel \overline{هـ م}$
 أكمل ما يلي :
 (١) الشكل P ب هـ د يمثل
 (٢) الشكل P و د ع يمثل
 (٣) الشكل $ع ن و م$ يمثل
 (٤) الشكل $م و م ع$ يمثل
 (٥) الشكل $و هـ م$ يمثل
 (٦) الشكل P ب د ع يمثل

الأنماط البصرية

نعلم أن :

النمط البصري هو تتابع من الأشكال أو الرموز وفقاً لقاعدة معينة

لاحظ الأنماط التالية :

(1) وصف النمط (تكرار $\triangle \square$)(2) وصف النمط (تكرار $\square \bigcirc$)(3) وصف النمط (تكرار $\square \bigcirc \triangle$)

تدريبات :

١ - أكتشف النمط في كل حالة و أكتب وصفه و أكمل تكراره مرتين فيما يلي :


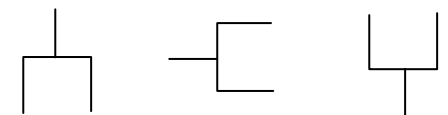
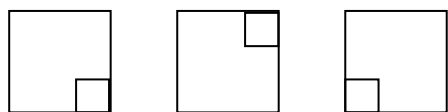
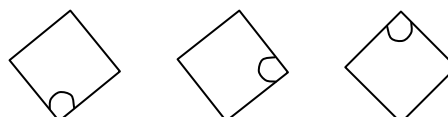
(1) وصف النمط (.....)

(2) وصف النمط (.....)

(3) وصف النمط (.....)

(4) وصف النمط (.....)

٢ - أرسم الشكل التالي في كل نمط على حدة فيما يلي :

(1) (2) (3) (4) (5) 

مدونة خواجه

ترحب بكم

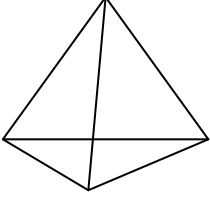
وتتمنى لكم أحلى الأوقات

كل عام وأنتم بخير

الحجوم

(١) المجسمات :

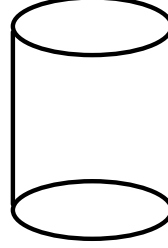
- **المجسم** : هو كل ما يشغل حيزاً من الفراغ
- **المجسمات نوعان** :
- * مجسمات لها شكل هندسي مثل :



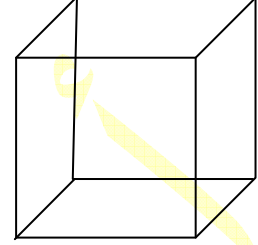
هرم



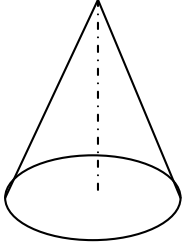
كرة



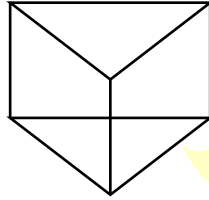
إسطوانة



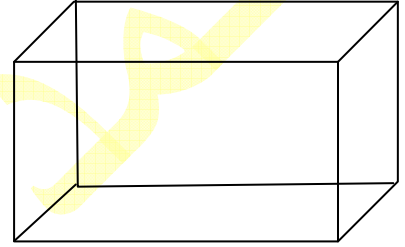
مكعب



مخروط



منشور



متوازي مستطيلات

* مجسمات ليس لها شكل هندسي مثل :



دورق



لعبة للأطفال



قطعة حجر

• **متوازي المستطيلات** :

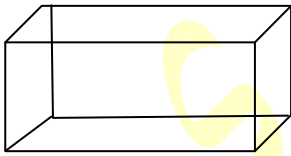
* له ستة أوجه كلها مستطيلات

* له ٨ رؤوس

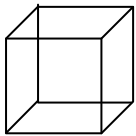
* كل وجهين متقابلين متساويان في المساحة و متوازيان

* كل وجهين يتقاطعان معاً في قطعة مستقيمة تسمى حرفاً

* له ١٢ حرفاً



متوازي مستطيلات



المكعب

• **المكعب** :

* له ستة أوجه كلها مربعات متطابقة

* له ٨ رؤوس

* له ١٢ حرفاً جميعها متساوية

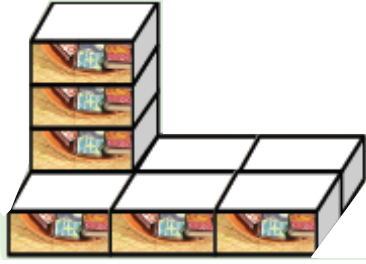
(٢) الحجم :

هو مقدار ما يشغله الجسم من الفراغ

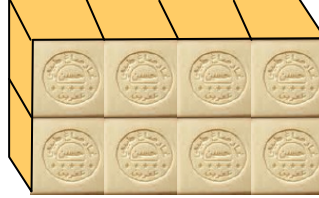
كيف يمكن قياس الحجم ؟

* يمكن إتخاذ أى مجسم و إعتباره وحدة لقياس الحجم مثل :

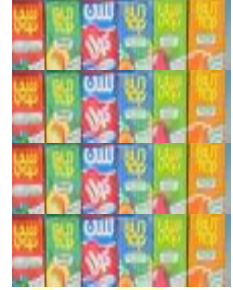
علبة عصير ، قطعة صابون ، علبة كبريت ، مكعب الألعاب ، إلخ
و يكون حجم المجسم فى هذه الحالة : عدد ما يحتويه المجسم من هذه الوحدات



عدد علب الكبريت = ٩ علب
إذن حجم المجسم = ٩ علب



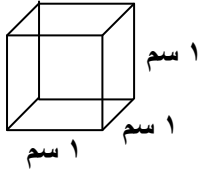
عدد قطع الصابون = ٨ قطع
إذن حجم المجسم = ٨ قطع



عدد علب العصير = ٢٤ علبة
إذن حجم المجسم = ٢٤ علبة

ملاحظة :

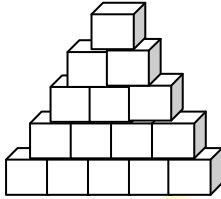
الوحدات السابقة ليست وحدات متفق عليها عالمياً لقياس الحجم
لأن المجسم يختلف باختلاف الوحدة المستخدمة فى القياس ، و باختلاف الشخص الذى يستخدمها
لذا أتفق على وحدة ثابتة لقياس الحجم هى :



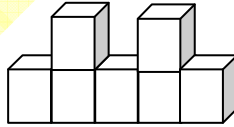
السنتيمتر المكعب :

و هو حجم مكعب طول حرفه (١ سم) و يرمز له بالرمز (١ سم^٣)
" كما بالشكل المقابل "

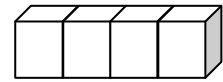
مثال : أوجد حجم المجسمات التالية باعتبار وحدة قياس الحجم هى السنتيمتر المكعب (١ سم^٣)



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

الحل

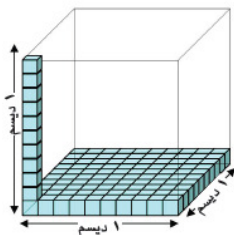
إذن : حجم المجسم = ٤ سم^٣
إذن : حجم المجسم = ٧ سم^٣
إذن : حجم المجسم = ١٥ سم^٣

فى شكل (١) : عدد الوحدات المكعبة = ٤ وحدات
فى شكل (٢) : عدد الوحدات المكعبة = ٧ وحدات
فى شكل (٣) : عدد الوحدات المكعبة = ١٥ وحدات

وحدات أخرى لقياس الحجم :

أولاً : فى حالة الحجم الكبيرة :

١ - الديسمتر المكعب :



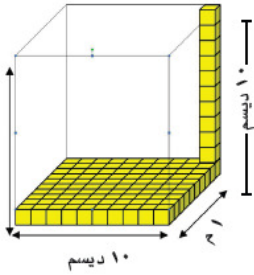
هو حجم مكعب طول حرفه (١ ديسمتر = ١٠ سم) و يرمز له بالرمز (ديسم^٣)

و يتكون من ١٠ طبقات بكل طبقة ١٠٠ سم^٣ كما بالشكل

و يستخدم أحياناً لحساب حجم مجسمات مثل :

الصناديق الحديدية ، كرتونة ثلاجة أو غسالة ، إلخ

٢ - المتر المكعب :



هو حجم مكعب طول حرفه (١ متر) و يرمز له بالرمز (متر^٣) أو (م^٣)
و يتكون من ١٠ طبقات بكل طبقة ١٠٠ ديسم^٣
و يستخدم أحياناً لحساب حجم مجسمات مثل :
حساب حج خزانات المياه ، العمارات السكنية ، حاويات البضائع ، إلخ

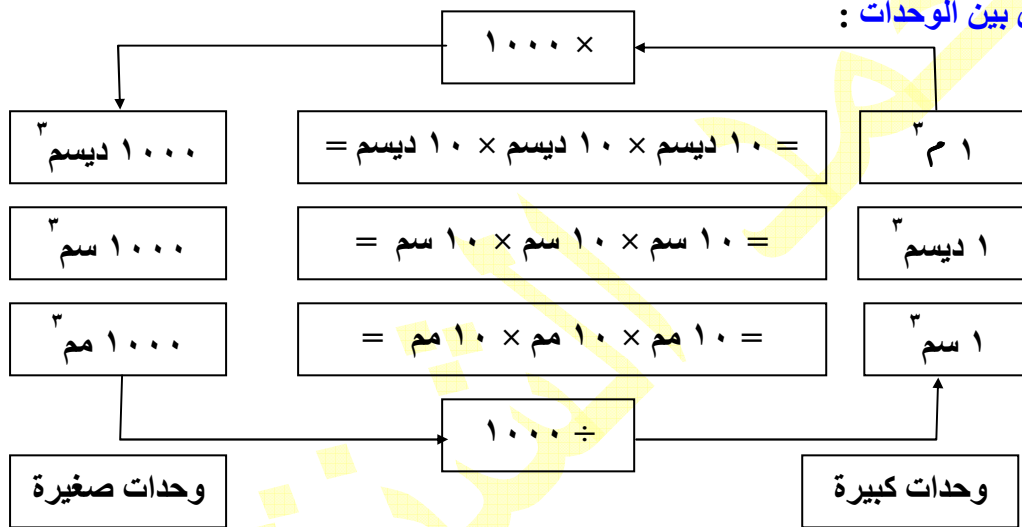
ثانياً : في حالة الحجم الصغيرة :

المليمتري المكعب :

هو حجم مكعب صغير طول حرفه ١ ملليمتر و يرمز له بالرمز (مم^٣)
و يستخدم في حساب الحجم الصغيرة

ملاحظات :

* التحويل بين الوحدات :



مثال :

حول كل وحدة حجم مما يلي إلى وحدة الحجم المقابلة :

$$(١) \quad ١.٥ \text{ م}^٣ = ٠.٠٠٠ \text{ ديسم}^٣$$

$$(٢) \quad ٥٨.٠٠٠ \text{ مم}^٣ = ٠.٠٠٠ \text{ سم}^٣$$

$$(٣) \quad ٩٠٠٠ \text{ ديسم}^٣ = ٠.٠٠٠ \text{ م}^٣$$

$$(٤) \quad ٥٦.٨٤ \text{ سم}^٣ = ٠.٠٠٠ \text{ مم}^٣$$

الحل :

$$(١) \quad ١.٥ \text{ م}^٣ = ١.٥ \times ١٠٠٠ = ١٥٠٠ \text{ ديسم}^٣$$

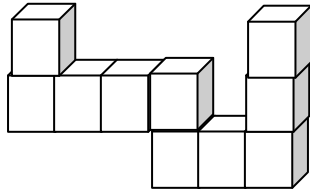
$$(٢) \quad ٥٨.٠٠٠ \text{ مم}^٣ = ٥٨.٠٠٠ \div ١٠٠٠ = ٥٨ \text{ سم}^٣$$

$$(٣) \quad ٩٠٠٠ \text{ ديسم}^٣ = ٩٠٠٠ \div ١٠٠٠ = ٩ \text{ م}^٣$$

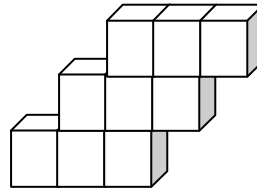
$$(٤) \quad ٥٦.٨٤ \text{ سم}^٣ = ٥٦.٨٤ \times ١٠٠٠ = ٥٦٨٤٠ \text{ مم}^٣$$

تمارين

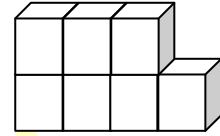
(١) أوجد حجم المجسمات التالية باعتبار وحدة قياس الحجم هي السنتيمتر المكعب (١ سم^٣)



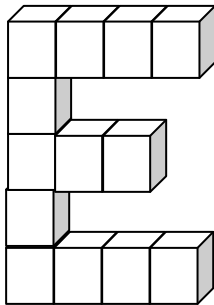
شكل (٣)



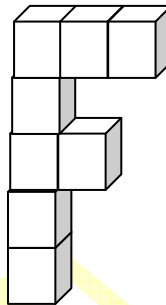
شكل (٢)



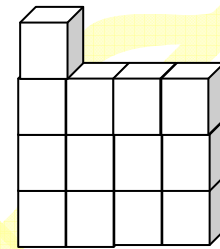
شكل (١)



شكل (٦)



شكل (٥)



شكل (٤)

(٢) حول كل وحدة حجم مما يلي إلى وحدة الحجم المقابلة :

$$[٢] \quad ٧٨٠٠ \text{ مم}^٣ = \dots \text{ سم}^٣$$

$$[٤] \quad ١٣٠ \text{ ديسم}^٣ = \dots \text{ سم}^٣$$

$$[٦] \quad ٦٤٠٠ \text{ ديسم}^٣ = \dots \text{ م}^٣$$

$$[١] \quad ٤.٨ \text{ سم}^٣ = \dots \text{ مم}^٣$$

$$[٣] \quad ١٤٠٠٠ \text{ سم}^٣ = \dots \text{ ديسم}^٣$$

$$[٥] \quad ٥ \text{ م}^٣ = \dots \text{ مم}^٣$$

(٣) حول ما يلي إلى أمتار مكعبة :

$$[٢] \quad ١٣٤٠٠٠٠٠ \text{ مم}^٣$$

$$[٤] \quad ٤٥٦٧٨٩٠٠ \text{ مم}^٣$$

$$[١] \quad ٤٨٠٠٠٠ \text{ سم}^٣$$

$$[٣] \quad ٦٧٨٠٠٠ \text{ سم}^٣$$

(٤) حول ما يلي إلى سنتيمترات مكعبة :

$$[٢] \quad ٠.٦٣ \text{ ديسم}^٣$$

$$[٤] \quad ٠.٠٨٤ \text{ م}^٣$$

$$[١] \quad ٩٥ \text{ م}^٣$$

$$[٣] \quad ١٣٥٠٠٠ \text{ مم}^٣$$

(٥) حول ما يلي إلى ديسمترات مكعبة :

$$[٢] \quad ٦٠٠٠٠ \text{ سم}^٣$$

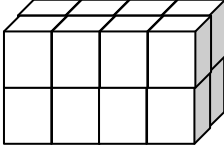
$$[٤] \quad ٣١٤٩٠٠٠ \text{ مم}^٣$$

$$[١] \quad ٠.٧٤ \text{ م}^٣$$

$$[٣] \quad ١١٥٥ \text{ سم}^٣$$

حجم متوازي المستطيلات

تمهيد :



الشكل المقابل يمثل متوازي مستطيلات
لإيجاد حجمه نلاحظ :

(١) الطبقة السفلى تتكون من صفين بكل صف أربعة مكعبات

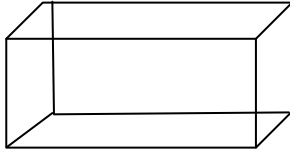
إذن : حجم الطبقة السفلى = $4 \times 2 = 8$ مكعبات

أيضاً : حجم الطبقة العلوية = $4 \times 2 = 8$ مكعبات

فيكون : حجم متوازي المستطيلات = $8 + 8 = 16$ مكعباً

(٢) حجم متوازي المستطيلات = حجم الطبقة الواحدة \times عدد الطبقات

$$= 8 \times 2 = 16 \text{ مكعباً}$$



حجم متوازي المستطيلات = عدد وحدات الحجم المكونة منه

$$= \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الإرتفاع}$$

$$= \text{حاصل ضرب أبعاده الثلاثة}$$

$$= \text{مساحة القاعدة} \times \text{الإرتفاع}$$

$$= \text{مساحة أي وجه} \times \text{الإرتفاع المناظر}$$

ملاحظات :

$$\text{مساحة قاعدة متوازي المستطيلات} = \frac{\text{حجم متوازي المستطيلات}}{\text{الإرتفاع}}$$

$$\text{إرتفاع متوازي المستطيلات} = \frac{\text{حجم متوازي المستطيلات}}{\text{مساحة القاعدة}}$$

أمثلة :

(١) متوازي مستطيلات حجمه ٥٤٠ سم^٣ و إرتفاعه ٩ سم أوجد مساحة قاعدته و إذا كان طوله ١٠ سم أوجد عرضه

الحل

$$\text{مساحة قاعدة متوازي المستطيلات} = \frac{\text{حجم متوازي المستطيلات}}{\text{الإرتفاع}} = \frac{540}{9} = 60 \text{ سم}^2$$

$$\text{بما أن : مساحة القاعدة} = \text{الطول} \times \text{العرض} \quad \text{أي أن : } 60 = 10 \times \text{العرض}$$

$$\text{إذن : العرض} = \frac{60}{10} = 6 \text{ سم}$$

(٢) حوض فارغ على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ٣٠ سم ، و إرتفاعه

٤٠ سم أوجد حجم الحوض ، و إذا صب فيه ماء فأرتفع إلى ١٨٩٠٠ سم^٣ أوجد إرتفاع الماء

الحل

$$\text{حجم الحوض} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الإرتفاع} = 30 \times 30 \times 40 = 36000 \text{ سم}^3$$

$$\text{مساحة القاعدة} = 30 \times 30 = 900 \text{ سم}^2$$

$$\text{إرتفاع الماء} = \frac{18900}{900} = 21 \text{ سم}$$

(٣) صندوق على شكل متوازي مستطيلات أبعاده الداخلية ٣٠ ، ٢٠ ، ١٥ سم يراد تعبئته بقطع من الصابون كل منها على شكل متوازي مستطيلات أبعاده ٦ ، ٥ ، ٣ سم أوجد عدد قطع الصابون التي توضع في الصندوق لتملأه تماماً

الحل

$$\text{حجم الصندوق} = ٣٠ \times ٢٠ \times ١٥ = ٩٠٠٠ \text{ سم}^٣$$

$$\text{حجم قطعة الصابون} = ٦ \times ٥ \times ٣ = ٩٠ \text{ سم}^٣$$

$$\text{عدد قطع الصابون} = \frac{\text{حجم الصندوق}}{\text{حجم قطعة الصابون}} = \frac{٩٠٠٠}{٩٠} = ١٠٠ \text{ قطعة}$$

تدريبات :

(١) أكمل الجدول التالي :

| | | | | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|---------------------|-----------------------|
| ٥٦ سم ^٢ | ٠٠٠٠ | ٦٤ سم ^٢ | ٢٨ سم ^٢ | ٠٠٠٠ | ٥٠ سم ^٢ | مساحة القاعدة |
| ٢.٤ سم | ٨ سم | ٠٠٠٠ | ٥ سم | ٤ سم | ٠٠٠٠ | الإرتفاع |
| ٠٠٠٠ | ٧٢٠ سم ^٣ | ٢٥٦ سم ^٣ | ٠٠٠٠ | ٦٤ سم ^٣ | ١٥٠ سم ^٣ | حجم متوازي المستطيلات |

(٢) أكمل الجدول التالي علماً بأن المجسم متوازي مستطيلات :

| | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|---------------------------|
| ٠٠٠٠ | ٥ | ١٧ | ٩ | ٠٠٠٠ | ٧ | الطول (سم) |
| ١٠ | ٩ | ١٥ | ٠٠٠٠ | ٦ | ٤ | العرض (سم) |
| ٧ | ٠٠٠٠ | ٤ | ١٥ | ٩ | ٥ | الإرتفاع (سم) |
| ١٧٥٠ | ٣١٥ | ٠٠٠٠ | ١٠٨٠ | ٥٤٠ | ٠٠٠٠ | الحجم (سم ^٣) |

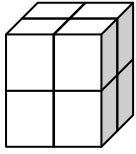
(٣) أكمل الجدول التالي علماً بأن المجسم متوازي مستطيلات :

| الطول (سم) | العرض (سم) | الإرتفاع (سم) | مساحة القاعدة (سم ^٢) | الحجم (سم ^٣) |
|--------------|--------------|-----------------|-----------------------------------|---------------------------|
| ٨ | ٧ | ٢٠ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ٠٠٠٠ | ٥ | ٨ | ٦٥ | ٠٠٠٠ |
| ٦ | ٧ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٤٢٠ |
| ١٥ | ٨ | ٦ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ |
| ١٤ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٧٠ | ٦٣٠ |
| ٠٠٠٠ | ١٢ | ٠٠٠٠ | ١٠٨ | ٧٥٦ |
| ٢.٥ | ٠٠٠٠ | ١٧ | ١٥ | ٠٠٠٠ |
| ٨ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٢٨ | ٤٢٠ |
| ٧ | ٧ | ٠٠٠٠ | ٠٠٠٠ | ٣٤٣ |

تمارين

- (١) علبة على شكل متوازي مستطيلات طولها ٣٠ سم ، و عرضها ١٤ سم ، و إرتفاعها ٩ سم أوجد حجم العلبة
- (٢) كرتونة على شكل متوازي مستطيلات قاعدتها مربعة الشكل فإذا كان طول ضلع قاعدتها ٣٨ سم و إرتفاعها ٤٠ سم أوجد حجم الكرتونة
- (٣) متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ٤٠ سم أوجد إرتفاع متوازي المستطيلات إذا كان حجمه ٦٤٠٠ سم^٣
- (٤) أيهما أكبر حجماً متوازي مستطيلات أبعاده ٤٠ ، ٢٥ ، ٦٠ من السنتيمترات أم متوازي مستطيلات مساحة قاعدته ٣٦٠٠ سم^٢ و إرتفاعه ٩ سم
- (٥) إناءان أحدهما على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ٤٠ سم و إرتفاعه ٥ سم و الآخر على شكل متوازي مستطيلات أبعاده ١٦ ، ١٥ ، ٤٠ سم أيهما أكبر ؟ و ما الفرق بين حجميهما ؟
- (٦) صب ٣٦٠٠ سم^٣ من الماء في إناء على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها من الداخل ٢٠ سم أوجد إرتفاع الماء في الإناء
- (٧) حمام سباحة أبعاده الداخلية ٣٠ ، ١٢ ، ٣ متر ملئ بالماء فإذا كان حجم الماء بالحمام ١٠٠٨ متر مكعب أوجد إرتفاع الماء بالحمام ، و حجم الماء اللازم إضافته حتى يمتلئ الحمام
- (٨) كمية من الزيت تملأ صفيحة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها الداخلية ٢٠ ، ٣٠ ، ١٥ سم هل يمكن تعبئتها في صفيحة أخرى على شكل متوازي مستطيلات مساحة قاعدتها ٣٠٠ سم^٢ و إرتفاعها ٠.٣٥ متر ؟ و لماذا ؟
- (٩) حائط على شكل متوازي مستطيلات طوله ٩ أمتار و إرتفاعه ٣.٥ متر و سمكه ٣٦ سم تم في إقامته قوالب من الطوب التي على شكل متوازي مستطيلات و أبعاد كل منها ٢٥ ، ١٢ ، ٦ سم أوجد عدد هذه القوالب ثم أوجد ثمن الطوب إذا كان ثمن كل ١٠٠ قالب ٣٢ جنيهاً
- (١٠) مخزن طوله من الداخل ٢٥٠ سم و عرضه ١.٥ متر و إرتفاعه ٢٠٠ سم ملئ بصناديق كل منها على شكل متوازي مستطيلات مساحة قاعدته ٢٥٠ سم^٢ و إرتفاعه ٥٠ سم أوجد أكبر عدد من الصناديق يمكن أن تملأ المخزن
- (١١) صندوق من الكرتون على شكل متوازي مستطيلات أبعاده من الداخل ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠ سم كم عدد قطع الصابون التي يمكن وضعها داخل الصندوق ليمتلئ تماماً إذا كانت أبعاد قطعة الصابون هي ٨ ، ٥ ، ٣ من السنتيمترات ؟

حجم المكعب



* المكعب :

هو متوازي مستطيلات أبعاده الثلاثة متساوية

* حجم المكعب :

حجم المكعب = طول الحرف × طول الحرف × طول الحرف

أمثلة :

(١) أوجد حجم مكعب طول حرفه ٧ سم

الحل

$$\text{حجم المكعب} = \text{طول الحرف} \times \text{نفسه} \times \text{نفسه} = 7 \times 7 \times 7 = 343 \text{ سم}^3$$

(٢) مكعب مجموع أطوال أحرفه ٤٨ سم احسب حجمه

الحل

$$\begin{aligned} \text{طول حرف المكعب} &= \frac{\text{مجموع أطوال أحرفه}}{\text{عدد أحرفه}} = \frac{48}{12} = 4 \text{ سم} \\ \text{حجم المكعب} &= 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ سم}^3 \end{aligned}$$

(٣) صندوق على شكل متوازي مستطيلات أبعاده الداخلية ٦٠ ، ٤٨ ، ٢٤ سم يراد تعبئته بقطع من

الصابون كل منها على شكل مكعب طول حرفه ٦ سم أوجد عدد قطع الصابون التي توضع في الصندوق لتملأه تماماً

الحل

$$\text{حجم الصندوق} = 60 \times 48 \times 24 = 34560 \text{ سم}^3$$

$$\text{حجم قطعة الصابون} = 6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ سم}^3$$

$$\text{عدد قطع الصابون} = \frac{\text{حجم الصندوق}}{\text{حجم قطعة الصابون}} = \frac{34560}{216} = 160 \text{ قطعة}$$

تدريب :

أكمل الجدول التالي علماً بأن المجسم مكعب :

| الحجم (سم ^٣) | مجموع أطوال أحرفه (سم) | مساحة القاعدة (سم ^٢) | محيط القاعدة (سم) | طول حرفه (سم) |
|------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|------------------------|--------------------|
| | | | | ٥ |
| | | | ١٢ | |
| | | ٣٦ | | |
| | ٢٤ | | | |
| | | | | ٤ |
| | ١٠٨ | | | |
| | | ٦٤ | | |
| | | | | ١١ |
| ٣٤٣ | | | | |

تمارين

- (١) أوجد حجم مكعب طول حرفه ١٣ سم
- (٢) أوجد حجم مكعب مجموع أطوال أحرفه ٩٦ سم
- (٣) أوجد حجم مكعب مساحة أحد أوجهه ١٦ سم^٢
- (٤) أيهما أكبر حجماً متوازي مستطيلات أبعاده ١٤ ، ١٢ ، ١٠ من السنتيمترات أم مكعب طول حرفه ١٢ سم ؟ و ما الفرق بين حجميهما ؟
- (٥) قطعة من المعدن على شكل متوازي مستطيلات أبعادها ١٥ ، ٩ ، ٦ سم صهرت و حولت إلى مكعبات صغيرة طول حرف كل منها ٣ سم أوجد عدد هذه المكعبات
- (٦) مكعب من المعدن طول حرفه ٢٠ سم صهر و حول إلى متوازي مستطيلات أبعاد قاعدته ١٦ ، ٩ سم أوجد ارتفاع متوازي المستطيلات
- (٧) حوض على شكل مكعب طول حرفه ١٠٠ سم يندفع فيه الماء بمعدل ٥٠٠٠٠٠ سم^٣ في الدقيقة بعد كم دقيقة يمتلئ الحوض ؟
- (٨) صندوق على شكل متوازي مستطيلات أبعاده من الداخل ٥٦ ، ٤٢ ، ٢٨ سم وضع بداخله علب من البسكويت مكعبة الشكل طول حرفها ٧ سم أوجد عدد علب البسكويت التي توضع في الصندوق حتى يمتلئ تماماً
- (٩) صندوق على شكل مكعب طول حرفه من الداخل ٧٢ سم تم تعبئته تماماً بقطع صابون مكعبة الشكل فإذا عدد هذه القطع ٣٢٠ قطعة أوجد طول قطعة الصابون
- (١٠) إناء من الزجاج مكعب الشكل له غطاء طول حرفه الداخلي ١٩ سم فإذا كان سمك الزجاج المصنوع منه هذا الإناء ٠.٥ سم أوجد حجم الزجاج
- (١١) لدينا كمية من الأرز حجمها ٢٧٠٠ سم^٣ ، يراد تعبئتها في صندوق من الكرتون بين أي الصندوقين التاليين يصلح و لماذا ؟
 ١ - متوازي مستطيلات أبعاده من الداخل ٤٥ ، ٤٠ ، ١٥ سم
 ٢ - مكعب طول حرفه من الداخل ٣٠ سم
- (١٢) وضع صندوق زجاجي مكعب الشكل طول حرفه من الخارج ٣٠ سم داخل صندوق آخر من الكرتون طول حرفه من الداخل ٣٦ سم و وضع في الفراغ بين الصندوقين كمية من الأسفنج من جميع الجهات لتملأ هذا الفراغ تماماً أوجد حجم الأسفنج اللازم لذلك

السعة

* السعة :

هي حجم الفراغ الداخلي لأي مجسم أجوف

* وحدة قياس السعة :

وحدة قياس السعة هي اللتر = ديسم³ = ١٠٠٠ سم³من أجزاء اللتر الشائعة لقياس السعة " المليلتر = ١ سم³ " ويرمز له بالرمز (مل)
أي أن : اللتر = ١٠٠٠ مليلتر

* العلاقة بين وحدات الحجم و وحدات السعة :

- ديسم³ = ١٠ سم × ١٠ سم × ١٠ سم = ١٠٠٠ سم³ = ١ لتر
- م³ = ١٠ ديسم × ١٠ ديسم × ١٠ ديسم = ١٠٠٠ ديسم³ = ١٠٠٠ لتر
- سم³ = ١٠ مم × ١٠ مم × ١٠ مم = ١٠٠٠ مم³ = ١ مليلتر

أمثلة :

(١) حول كل وحدة حجم مما يلي إلى وحدة الحجم المقابلة :

- [١] ٧٤٠٠٠ سم³ = لتر
[٢] ١٧.٥ لتر = سم³
[٣] ٣٦ مليلتر = سم³
[٤] ٠.٤٥ ديسم³ = مليلتر

الحل

$$[١] ٧٤٠٠٠ \text{ سم}^3 = ٧٤٠٠٠ \div ١٠٠٠ = ٧٤ \text{ لتر}$$

$$[٢] ١٧.٥ \text{ لتر} = ١٧.٥ \times ١٠٠٠ = ١٧٥٠٠ \text{ سم}^3$$

$$[٣] ٣٦ \text{ مليلتر} = ٣٦ \text{ سم}^3$$

$$[٤] ٠.٤٥ \text{ ديسم}^3 = ٠.٤٥ \times ١٠٠٠ = ٤٥٠ \text{ مليلتر}$$

(٢) زجاجة مياه غازية سعتها لتر واحد أفرغت في ٥ أكواب سعة الكوب الواحد ١٥٠ سم³ ، كم سنتيمتراً مكعباً من المياه الغازية بقيت في الزجاجة ؟

الحل

كمية المياه الغازية التي تم صبها بالأكواب = ١٥٠ × ٥ = ٧٥٠ سم³سعة الزجاجة الواحدة = ١ لتر = ١٠٠٠ سم³كمية المياه الغازية المتبقية بالزجاجة = ١٠٠٠ - ٧٥٠ = ٢٥٠ سم³

(٣) إناء على شكل متوازي مستطيلات أبعاده الداخلية ٢٥ ، ٣٠ ، ٤٠ سم وضع به زيت فإذا كان ارتفاع

الزيت في الإناء $\frac{3}{4}$ ارتفاع الإناء أوجد حجم الزيت باللتر

الحل

$$\text{ارتفاع الزيت في الإناء} = \frac{3}{4} \times ٤٠ = ٣٠ \text{ سم}$$

$$\text{حجم الزيت} = ٢٥ \times ٣٠ \times ٤٠ = ٣٠٠٠٠ \text{ سم}^3$$

$$\text{الحجم باللتر} = ٣٠٠٠٠ \div ١٠٠٠ = ٣٠ \text{ ديسم}^3$$

$$= ٣٠ \text{ لتر}$$

تمارين

(١) حول ما يلي إلى لترات :

- [١] ٥٦٠٠ سم^٣
[٢] ٦ م^٣
[٣] ١.٧ ديسم^٣
[٤] ١٦٥٠٠ مم^٣

(٢) حول ما يلي إلى سم^٣ :

- [١] ٧٥ لتر
[٢] ٦٨ مليلتر
[٣] ٣.٤٧ م^٣
[٤] ٠.٦٧ ديسم^٣

(٣) أوجد السعة باللترات لكل مما يلي :

- [١] حوض مكعب الشكل طول حرفه من الداخل ٤٠ سم
[٢] حوض على شكل متوازي مستطيلات أبعاده ٥٠ ، ١٦ ، ١.٥ متراً
[٣] حمام سباحة على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة طول ضلعها من الداخل ١٠ سم ، و عمقه ١٥ سم

(٤) صفيحة على شكل متوازي مستطيلات قاعدتها مربعة الشكل طول ضلعه ٢ ديسيمتر و إرتفاعها ٤.٥ ديسيمتر ، بها ١٤٥٠ سنتيمتر مكعب من الماء أوجد حجم الجزء المتبقى باللترات

(٥) صفيحة على شكل متوازي مستطيلات تسع ٥.٤ لتر فإذا كانت قاعدتها على شكل مستطيل طوله ٢٠ سم و عرضه ٩ سم أوجد إرتفاع الصفيحة

(٦) كمية من العسل مقدارها ٧٢ لتراً يراد وضعها في صفائح من نوع واحد قاعدة كل منها على شكل مستطيل ببعده ١٨ سم ، ١٠ سم فإذا كان إرتفاع العسل بكل منها ١٦ سم أوجد عدد الصفائح

(٧) ألقيت قطعة من المعدن في إناء مملوء بالماء و جمع الماء المزاح فملاً مكعباً طول حرفه ١.٤ ديسم أحسب حجم قطعة المعدن بالسنتيمترات المكعبة

(٨) ألقى حجر حجمه ٨٨ ديسم^٣ في إناء على شكل متوازي مستطيلات طوله من الداخل ٨٠ سم و عرضه من الداخل ٥٠ سم فإذا كان بالإثناء ماء إرتفاعه ٣٨ سم و أمتلاً الإناء تماماً أوجد إرتفاع الإناء

(٩) صفيحة على شكل متوازي مستطيلات أبعاده من الداخل ٣٠ ، ٢٥ ، ٤٠ سم مملوءة تماماً بالزيت أحسب ثمن الزيت إذا كان ثمن اللتر الواحد ٩.٥ جنيه

(١٠) خزان على هيئة متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ٤٠ سم و إرتفاعه يساوى نصف طول قاعدته أحسب حجم الخزان بالسسم^٣ ، ثم أوجد إرتفاع الماء بالخزان إذا صب فيه ٦.٤ لتر

(١١) إناء على شكل متوازي مستطيلات أبعاده الداخلية ٢٥ ، ٣٠ ، ٤٢ سم وضع به زيت فإذا كان إرتفاع

في الإناء $\frac{1}{3}$ إرتفاع الإناء أوجد حجم الزيت بالإثناء ثم أحسب ثمن الزيت إذا كان ثمن اللتر الواحد ١.٢ جنيه

الوحدة الرابعة

الإحصاء

أنواع البيانات الإحصائية

أنواع البيانات الإحصائية :

- البيانات الإحصائية المستخدمة فى حياتنا اليومية نوعان رئيسيان هما :
- (١) **بيانات وصفية** : هى بيانات تكتب فى صورة صفات لوصف حالة أفراد المجتمع مثل :
اللون المفضل ، مكان الميلاد ، الحالة التعليمية ، الحالة الإجتماعية ، إلخ
- (٢) **بيانات كمية** : هى بيانات تكتب فى صورة أعداد للتعبير عن قياس ظاهرة معينة مثل :
السن ، الطول ، الوزن ، عدد الأبناء ، درجة الإختبار ، تاريخ الميلاد ، إلخ

ملاحظات :

• إستمارة البيانات :

هى إستمارة تتضمن مجموعة من البيانات الوصفية و الكمية تخص شخص معين أو شئ ما

• قاعدة البيانات :

هى مجموعة من البيانات الوصفية و الكمية تخص عدد من الأشخاص أو المؤسسات أو الهيئات

تدريب :

محمد طالب بالصف السادس الابتدائى أراد أن يتعرف على معلمى مدرسته فصمم بطاقة تعارف لذلك كما بالشكل المقابل :

بطاقة تعارف بمعلم

الإسم :
تاريخ الميلاد : / /
السن :
المؤهل :
تاريخ المؤهل : / /
تاريخ التعيين : / /
المدارس التى عمل بها :
الحالة الإجتماعية :
عدد الأولاد :
العنوان :
الهاتف : ،

أفحص هذه الإستمارة جيداً ثم أكمل :

(١) توجد بالإستمارة بيانات وصفية مثل :

..... ، ، ،
..... ، ، ،

(٢) توجد بالإستمارة بيانات كمية مثل :

..... ، ، ،
..... ، ، ،

ثم قام محمد بعد ذلك بتكوين قاعدة بيانات فصمم الجدول التالى :

| ٣ | الإسم | تاريخ الميلاد | السن | | المؤهل | تاريخ المؤهل | تاريخ التعيين | | | |
|---|-------|---------------|-------|-------|--------|--------------|---------------|-------|-------|-------|
| | | | شهر | سنة | | | | | | |
| ١ | | | | | | | | | | |
| ٢ | | | | | | | | | | |
| ٣ | | | | | | | | | | |
| ٤ | | | | | | | | | | |

(١) حدد أى الأعمدة يمثل بيانات وصفية و أيها يمثل بيانات كمية

(٢) أكمل الأعمدة الناقصة بحيث الأول و الثالث منها بيانات وصفية ، و الثانى و الرابع بيانات كمية



مدونة خواجه

تمارين

- ١ - أكمل ما يأتي :
 - (١) البيانات الوصفية هي :
 - (٢) البيانات الكمية هي :
 - (٣) تاريخ ميلادك من نوع البيانات (٤) مكان ميلادك من نوع البيانات (٥) إستمارة البيانات هي :
 - (٦) قاعدة البيانات هي :

٢ - أقرأ البيانات المدونة ببطاقة الرقم القومي لأحد أفراد عائلتك ثم حدد منها بيانات وصفية و أخرى كمية

٣ - اختر أحد السلع الغذائية التي تستخدمها والدتك " أرز ، سكر ، زيت ، " ثم أستخرج منها بيانات وصفية و أخرى كمية

٤ - صنف مجموعة البيانات التالية إلى بيانات وصفية و أخرى كمية :
العمر ، الوزن ، الطول ، درجات إختبار إحدى المواد الدراسية ، درجة الحرارة ، الهواية ، الجنسية ، الديانة ، تاريخ الميلاد ، عدد أفراد العائلة ، فصيلة الدم ، التلفون ، الحالة الإجتماعية ، العنوان

نموذج إستمارة إلتحاق
بالنشاط الرياضي

الإسم :
تاريخ الميلاد : / /
مكان الميلاد :
العمر :
الجنسية : / /
الديانة : / /
النوع : ☐ ذكر - ☐ أنثى
النشاط الرياضي :
الفترة : من إلى
الهاتف : ،
التوقيع :

٥ - الشكل المقابل :

يوضح نموذج لإستمارة إلتحاق شاب بنشاط رياضي بأحد مراكز الشباب

أفحص هذه الإستمارة جيداً ثم أملأ بيانات هذه الإستمارة ثم أكمل :
توجد بالإستمارة بيانات وصفية مثل :

..... ، ، ،
..... ، ، ،

توجد بالإستمارة بيانات كمية مثل :

..... ، ، ،
..... ، ، ،

٦ - الجدول التالي مصمم لقاعدة بيانات عن متعلمي إحدى المدارس :

| ٣ | الإسم | تاريخ الميلاد | مكان الميلاد | السن | | الصف الدراسي | الفصل | | | |
|---|-------|---------------|--------------|-------|-------|--------------|-------|-------|-------|-------|
| | | | | شهر | سنة | | | | | |
| ١ | | | | | | | | | | |
| ٢ | | | | | | | | | | |
| ٣ | | | | | | | | | | |
| ٤ | | | | | | | | | | |

تأمل الجدول جيداً ثم أجب عما يلي :

- (١) حدد أى الأعمدة يمثل بيانات وصفية و أيها يمثل بيانات كمية
- (٢) أكمل الأعمدة الناقصة بحيث الأول و الثالث منها بيانات وصفية ، و الثانى و الرابع بيانات كمية
- (٣) سجل بياناتك بالجدول

تجميع البيانات الإحصائية الوصفية

تمهيد :

في بداية العام الدراسي قام معلم فصل به ٤٠ متعلم بتسجيل الأنشطة المصاحبة التي يفضل كل منهم إختيارها فأحصرت بين ٥ مواد هي " اللغة العربية ، الرياضيات ، العلوم ، اللغة الإنجليزية ، التربية الفنية " وكانت البيانات كما يلي :

| | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| اللغة العربية | الرياضيات | العلوم | اللغة الإنجليزية | التربية الفنية |
| الرياضيات | الرياضيات | الرياضيات | اللغة العربية | الرياضيات |
| اللغة الإنجليزية | اللغة الإنجليزية | الرياضيات | التربية الفنية | اللغة العربية |
| العلوم | الرياضيات | اللغة العربية | اللغة العربية | الرياضيات |
| الرياضيات | اللغة الإنجليزية | الرياضيات | التربية الفنية | اللغة الإنجليزية |
| اللغة العربية | التربية الفنية | اللغة الإنجليزية | الرياضيات | التربية الفنية |
| اللغة الإنجليزية | التربية الفنية | اللغة الإنجليزية | الرياضيات | التربية الفنية |

نلاحظ : أن كل هذه البيانات وصفية

كيفية التعامل مع هذه البيانات :

لكي يتم حصر أو تجميع هذه البيانات نكون :

" جدول تفريغ بيانات تكرارى "

كما بالشكل المقابل :

و إذا تم إستبعاد عمود العلامات من جدول

تفريغ البيانات التكرارى نحصل على :

" جدول التوزيع التكرارى "

و هو كما يلي :

| النشاط | العلامات | التكرار |
|------------------|----------|---------|
| اللغة العربية | //// | ٥ |
| الرياضيات | /// /// | ١١ |
| العلوم | /// | ٨ |
| اللغة الإنجليزية | / /// | ٦ |
| التربية الفنية | /// | ١٠ |
| المجموع | | ٤٠ |

| النشاط | اللغة العربية | الرياضيات | العلوم | اللغة الإنجليزية | التربية الفنية | المجموع |
|---------|---------------|-----------|--------|------------------|----------------|---------|
| التكرار | ٥ | ١١ | ٨ | ٦ | ١٠ | ٤٠ |

يسمى هذا الجدول " جدول تكرارى بسيط " لأن كل البيانات التى يتضمنها وزعت وفقاً لصفة واحدة

ملاحظات :

* أكثر المواد إختياراً هي : الرياضيات

* أقل المواد إختياراً هي : اللغة العربية

تمارين

(١) إذا كانت التقدير العام لنتائج ٣٦ متعلم بأحد فصول الصف السادس الابتدائى فى مادة الرياضيات كما يلي :

| | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| جيد جداً | ممتاز | مقبول | جيد | جيد | مقبول |
| مقبول | جيد جداً | جيد | جيد | ممتاز | جيد جداً |
| مقبول | جيد | ممتاز | مقبول | جيد | مقبول |
| جيد جداً | ممتاز | مقبول | جيد | مقبول | جيد |
| ممتاز | جيد جداً | جيد | جيد جداً | ممتاز | جيد جداً |
| جيد | جيد | جيد جداً | مقبول | جيد جداً | جيد |

كون جدول تفريغ بيانات تكرارى ثم كون منه جدولاً تكرارياً للنتائج السابقة ثم أجب عما يلي :

ما أكثر التقديرات شيوعاً " تكراراً " بين المتعلمين و ما أقلها شيوعاً بينهم ؟

(٢) فصل به ٣٦ متعلم سجلت هواية كل منهم فكانت كما يلي :

| | | | | | |
|---------|---------|---------|--------|---------|---------|
| الرسم | القراءة | العزف | الغناء | الرسم | التمثيل |
| العزف | الغناء | التمثيل | الغناء | القراءة | الرسم |
| الرسم | الرسم | الرسم | الرسم | الرسم | الرسم |
| الغناء | العزف | التمثيل | العزف | الغناء | العزف |
| التمثيل | التمثيل | القراءة | الغناء | العزف | الرسم |
| العزف | القراءة | العزف | الرسم | القراءة | العزف |

كون جدول تفريغ بيانات تكرارى ثم كون منه جدولاً تكرارياً للنتائج السابقة ثم أجب عما يلي :

ما أكثر الهوايات شيوعاً بين المتعلمين و ما أقلها شيوعاً بينهم ؟

(٣) أخذت عينة عددها ٥٠ سائحاً من أحد الأفواج السياحية الوافدة إلى مدينة أسوان فكانت جنسياتهم كالتالى:

| | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| أمريكى | إيطالى | إنجليزى | إيطالى | فرنسى |
| أسبانى | أسبانى | إنجليزى | أمريكى | أسبانى |
| إيطالى | أمريكى | أسبانى | إنجليزى | العلوم |
| أسبانى | أسبانى | إيطالى | أمريكى | إيطالى |
| أمريكى | إيطالى | أمريكى | أسبانى | فرنسى |
| فرنسى | إنجليزى | أسبانى | أسبانى | أمريكى |
| إنجليزى | أمريكى | إيطالى | فرنسى | إيطالى |
| إيطالى | فرنسى | أمريكى | إيطالى | إنجليزى |

كون جدولاً تكرارياً بسيطاً للبيانات السابقة ثم أجب عما يلي :

[١] ما أكثر الجنسيات التى يضمها الفوج ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

[٢] ما أقل الجنسيات التى يضمها الفوج ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

(٤) الجدول التالى يوضح توزيع عدد من شباب أحد مراكز الشباب على الفرق الرياضية :

| الفريق | كرة القدم | كرة السلة | الكرة الطائرة | كرة اليد | ألعاب القوى | المجموع |
|---------|-----------|-----------|---------------|----------|-------------|---------|
| التكرار | ٣٥ | ١٩ | ١٨ | ١٣ | ١٥ | ١٠٠ |

أقرأ الجدول السابق جيداً و أجب عن ما يلي :

[١] ما أكثر الفرق التى أنضم إليها الشباب ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

[٢] ما أقل الفرق التى أنضم إليها الشباب ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

(٥) الجدول التالى يوضح توزيع عدد متعلمى مدرسة على الأنشطة اللاصفية :

| الفريق | الصحافة | الإذاعة | المسرح | الرحلات | الكشافة | المجموع |
|---------|---------|---------|--------|---------|---------|---------|
| التكرار | ١٤ | ٣١ | ١٧ | ٣٠ | ٨ | ١٠٠ |

أقرأ الجدول السابق جيداً و أجب عن ما يلي :

[١] ما أكثر الأنشطة التى أنضم إليها المتعلمين ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

[٢] ما أقل الأنشطة التى أنضم إليها المتعلمين ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

تجميع البيانات الإحصائية الوصفية

تمهيد :

قام معلم الرياضيات بأخذ عينة مكونة من ٣٠ متعلم من متعلمي أحد فصول الصف السادس الابتدائي لدراسة نتائج إختبارات أحد التقويمات الختامية فكانت درجاتهم كما يلي :

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ٢٠ | ١٥ | ٢ | ١٦ | ٢٢ | ١٠ | ١٩ | ٢٤ | ١٧ | ١٣ |
| ١٤ | ٢٣ | ١٨ | ٤ | ١٩ | ٢١ | ٩ | ١٩ | ٧ | ٢٠ |
| ٨ | ١٦ | ٢٠ | ٢١ | ١٤ | ١٣ | ٢٢ | ١٣ | ٢٠ | ١٦ |

نلاحظ : أن كل هذه البيانات كمية

و تسمى هذه الدرجات بالدرجات الخان أى درجات المتعلمين كما هى بعد تصحيح الإختبار و هى بحالتها المبعثرة و لهذا يصعب إستنتاج أى شئ ذى قيمة إحصائية منها

فكل ما يمكن إستخلاصه من الدرجات الخام هذه هو أصغر قيمة و هى ٢ و أكبر قيمة و هى ٢٤

و معنى ذلك أن درجات متعلمى هذا الفصل فى الرياضيات موزعة فى :

$$\text{مدى قدره } 24 - 2 = 22$$

كيفية التعامل مع هذه البيانات :

لاحظ :
المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

لكى يتم حصر أو تجميع هذه البيانات نكون : " جدول تكرارى " من خلال الخطوات التالية :

١ - تحديد أكبر قيمة و أصغر قيمة " هما أصغر قيمة ٢ و أكبر قيمة ٢٤ "

٢ - تحديد المدى الموزع فيه القيم " المدى = ٢٤ - ٢ = ٢٢ "

٣ - تلخيص هذه البيانات و هذا يتطلب تقسيمها إلى عدد مناسب من المجموعات عن طريق تحديد طول مناسب لكل مجموعة " و ليكن ٥ درجات " تبدأ بأصغر الدرجات و تنتهى بأكبرها

و يتم حساب عدد المجموعات كما يلي : عدد المجموعات = $\frac{\text{المدى}}{\text{طول المجموعة}}$

$$\text{" عدد المجموعات } = \frac{22}{5} = 4 \frac{2}{5} \approx 5 \text{ مجموعات "}$$

و تحدد المجموعات كما يلي :

المجموعة الأولى : تضم درجات من ٢ حتى أقل من ٧ و يعبر عنها ٢ -

المجموعة الثانية : تضم درجات من ٧ حتى أقل من ١٢ و يعبر عنها ٧ -

المجموعة الثالثة : تضم درجات من ١٢ حتى أقل من ١٧ و يعبر عنها ١٢ -

و هكذا حتى المجموعة الأخيرة و هى :

المجموعة الخامسة : تضم درجات من ٢٢ حتى أقل من ٢٥ و يعبر عنها ٢٢ -

و بذلك تضمنت المجموعات جميع الدرجات الخام

| جدول تفريغ بيانات تكرارى | | |
|--------------------------|------------|-----------|
| التكرار | العلامات | المجموعات |
| ٢ | // | ٢ - |
| ٤ | //// | ٧ - |
| ٩ | //// /// | ١٢ - |
| ١٢ | // /// /// | ١٧ - |
| ٣ | /// | ٢٢ - |
| ٣٠ | | المجموع |

٤ - تفرغ البيانات فى جدول تفريغ بيانات تكرارى كما فى الشكل المقابل

٥ - و إذا تم إستبعاد عمود العلامات من جدول تفريغ البيانات التكرارى نحصل على :

" الجدول التكرارى ذى المجموعات " و هو كما يلى :

| المجموعات | ٢ - | ٧ - | ١٢ - | ١٧ - | ٢٢ - | المجموع |
|-----------|-----|-----|------|------|------|---------|
| التكرار | ٢ | ٤ | ٩ | ١٢ | ٣ | ٣٠ |

ملاحظات : من الجدول نجد :

* عدد المتعلمين الذين حصلوا على ٧ درجات فأكثر $= ٤ + ٩ + ١٢ + ٣ = ٢٨$ متعلم

* عدد المتعلمين الذين حصلوا على أقل من ١٧ درجة $= ٢ + ٤ + ٩ = ١٥$ متعلم

تمارين

(١) إذا تراوحت القيم فى توزيع تكرارى بين " ٣٠ ، ٧٠ " فإوجد المدى لهذا التوزيع

(٢) إذا كانت درجات ٦ متعلمين فى أحد الإختبارات هى : ٣٠ ، ٣٣ ، ٤١ ، ٣٧ ، ٥٩ ، ٤٨ أوجد المدى لهذه الدرجات

(٣) فى أحد مسابقات الوثب فى المكان التى أجريت لمتعلمى أحد فصول مدرسة كانت كالتالى

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ٣٥ | ١٧ | ١٦ | ٢٢ | ٢٦ | ١١ | ٨ | ٧ | ١٩ | ١٤ | ٢٥ | ٢١ | ١٨ | ٣٠ |
| ٣١ | ١٥ | ٩ | ١٨ | ٢٠ | ١٤ | ٢١ | ١٦ | ٢٦ | ٣٠ | ٦ | ٢٧ | ١٦ | ٣٣ |
| ٢٣ | ٣٦ | ١٥ | ١٠ | ٨ | ٢٥ | ٩ | ٢٨ | ١٢ | ٢٦ | ٢٩ | ١٥ | ١٨ | ٢١ |

كون جدولاً تكرارياً ذى مجموعات للوثبات السابقة ثم أجب عما يلى :

[١] ما عدد المتعلمين الأكثر عدداً فى الوثبات ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

[٢] ما عدد المتعلمين الأقل عدداً فى الوثبات ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

(٤) الجدول التالى يوضح الأجور الأسبوعية لعاملين بمصنع :

| الأجر الأسبوعى | ٥٠ - | ٦٠ - | ٧٠ - | ٨٠ - | ٩٠ - | ١٠٠ - | ١١٠ - | المجموع |
|----------------|------|------|------|------|------|-------|-------|---------|
| عدد العمال | ٤ | ٧ | ١٢ | ١٨ | ١١ | ٥ | ٣ | ٦٠ |

أقرأ الجدول السابق جيداً و أجب عن ما يلى :

[١] كم عدد العمال الذين يبلغ أجرهم الأسبوعى ١٠٠ جنيهاً فأكثر ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

[٢] كم عدد العمال الذين يتقاضون أقل أجر أسبوعى ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

(٥) الجدول التالى يوضح التبرعات المالية " بالجنيه " التى ساهم بها أفراد فى مشروع خيرى :

| التبرعات | ٢٠ - | ٣٠ - | ٤٠ - | ٥٠ - | ٦٠ - | ٧٠ - | المجموع |
|----------|------|------|------|------|------|------|---------|
| التكرار | ٣ | ٦ | ٨ | ١٢ | ٧ | ٤ | ١٠٠ |

أقرأ الجدول السابق جيداً و أجب عن ما يلى :

[١] كم عدد الأفراد الذين تبرعوا بمبلغ مالى يتراوح بين ٤٠ إلى ٥٠ جنيهاً ؟

[٢] كم عدد الأفراد الذين تبرعوا بمبلغ قدره أقل من ٥٠ جنيهاً ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

[٣] كم عدد الأفراد الذين تبرعوا بمبلغ قدره ٦٠ جنيهاً فأكثر ؟ عبر عن ذلك بنسبة مئوية

تمثيل البيانات الإحصائية بالمنحنى التكرارى

نعلم أن :

لتمثيل المضلع التكرارى لبيانات الجدول التالى :

| الأجر الأسبوعى | - ٥٠ | - ٦٠ | - ٧٠ | - ٨٠ | - ٩٠ | - ١٠٠ | - ١١٠ | المجموع |
|----------------|------|------|------|------|------|-------|-------|---------|
| عدد العمال | ٤ | ٧ | ١٢ | ١٨ | ١١ | ٥ | ٣ | ٦٠ |

نتبع التالى :

(١) نرسم المحور الأفقى ثم المحور الرأسى

(٢) نقسم كل من المحورين إلى أقسام متساوية

مناسبة لبيانات الجدول

(٣) نحدد مركز كل مجموعة كما يلى :

$$\text{مركز المجموعة } (- ٥٠) = \frac{٦٠ + ٥٠}{٢} = ٥٥$$

$$\text{مركز المجموعة } (- ٦٠) = \frac{٧٠ + ٦٠}{٢} = ٦٥$$

و هكذا حتى المجموعة الأخيرة

$$\text{مركز المجموعة } (- ١١٠) = \frac{١٢٠ + ١١٠}{٢} = ١١٥$$

(٤) نحدد النقاط على الرسم حيث لكل مجموعة

زوج مرتب هو (مركز المجموعة ، تكرارها)

فمثلاً المجموعة الأولى (٥٥ ، ٤) و هكذا

(٥) نرسم بإستخدام القلم الرصاص و المسطرة قطعة مستقيمة تصل بين كل نقطتين تاليتين من النقاط السابقة

و هكذا و بذلك نكون رسمنا المضلع التكرارى

تمثيل المنحنى التكرارى لبيانات الجدول السابق :

* نتبع نفس الخطوات السابقة

* نقوم بتوصيل كل نقطتين تاليتين من النقاط السابقة

بإستخدام القلم الرصاص دون رفعه عن الورقة

و بدون إستخدام المسطرة

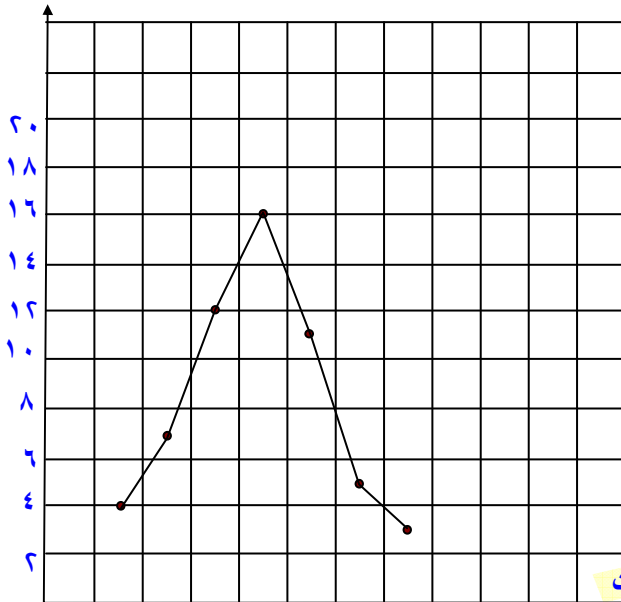
كما بالشكل المقابل :

هذا الرسم الجديد يسمى " المنحنى التكرارى "

و يمكن رسمه مباشرة

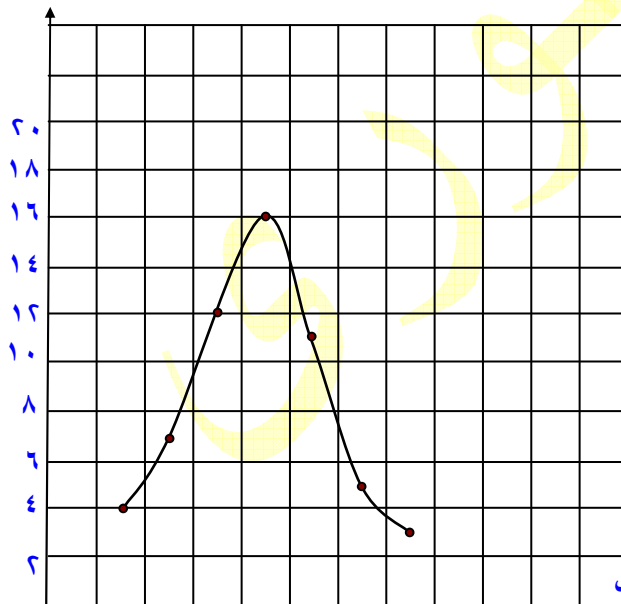
و هو صورة أخرى لتمثيل البيانات الإحصائية

التكرار



٥٠ ٦٠ ٧٠ ٨٠ ٩٠ ١٠٠ ١١٠ ١٢٠

التكرار



٥٠ ٦٠ ٧٠ ٨٠ ٩٠ ١٠٠ ١١٠ ١٢٠

تمارين

(١) الجدول التالى يوضح تبرع مجموعة من المتعلمين بمبالغ مالية بالجنيه فى يوم اليتيم :

| مبلغ التبرع | - ٢ | - ٤ | - ٦ | - ٨ | - ١٠ | - ١٢ | المجموع |
|---------------|-----|-----|-----|-----|------|------|---------|
| عدد المتبرعين | ٥ | ١٥ | ٣٠ | ٢٤ | ١٧ | ٩ | ١٠٠ |

- [١] كم عدد المتعلمين الذين تبرعوا بمبلغ ٨ جنيهات فأكثر ؟
 [٢] كم عدد المتعلمين الذين تبرعوا بمبلغ أقل من ١٠ جنيهات ؟
 [٣] أرسم المنحنى التكرارى لهذا التوزيع

(٢) الجدول التالى يوضح أعمار زوار أحد معرض الكتاب خلال ساعة من النهار :

| عمر الزائر | - ١٠ | - ٢٠ | - ٣٠ | - ٤٠ | - ٥٠ | المجموع |
|------------|------|------|------|------|------|---------|
| عدد الزوار | ٦ | ٩ | ١٢ | ١٠ | ٨ | ٤٥ |

- [١] كم عدد الزوار الذين يزيد أعمارهم عن ٤٠ عاماً ؟
 [٢] كم عدد الزوار الذين تقل أعمارهم عن ٣٠ عاماً ؟
 [٣] أرسم المنحنى التكرارى لهذا التوزيع

(٣) أرسم المنحنى التكرارى للتوزيع التكرارى التالى :

| المجموعات | - ٢ | - ٤ | - ٦ | - ٨ | - ١٠ | - ١٢ | المجموع |
|-----------|-----|-----|-----|-----|------|------|---------|
| التكرار | ٥ | ١٥ | ٣٠ | ٢٤ | ١٧ | ٩ | ١٠٠ |

(٤) أرسم المنحنى التكرارى للتوزيع التكرارى التالى :

| المجموعات | - ٠ | - ١٠ | - ٢٠ | - ٣٠ | - ٤٠ | - ٥٠ | المجموع |
|-----------|-----|------|------|------|------|------|---------|
| التكرار | ٨ | ١٤ | ١٥ | ٢٨ | ٢٣ | ١٢ | ١٠٠ |

(٥) أكمل الجدول ثم أرسم المنحنى التكرارى للتوزيع التكرارى التالى :

| المجموعات | - ٢٠ | - ٢٥ | - ٣٠ | - ٤٠ | ٠٠٠٠ | - ٥٠ | المجموع |
|-----------|------|------|------|------|------|------|---------|
| التكرار | ٥ | ٨ | ٩ | ١٢ | ٥ | ٢ | ٥٠ |